SOUBOR VZOROVÝCH ÚLOH

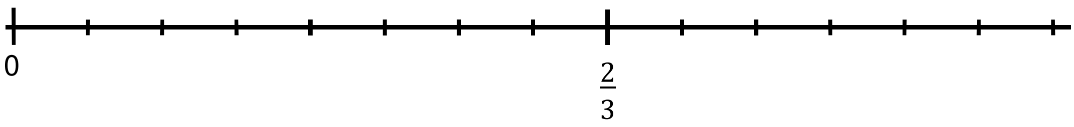
MATEMATIKA

cermat

Obsah

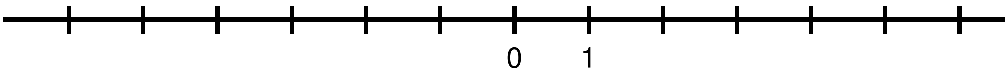
1. Číselné obory

1 **Vyznačte na číselné ose obrazy čísel** $\frac{1}{2}$ **a** $\frac{5}{6}$.



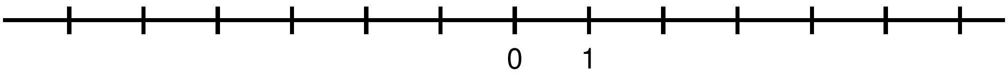
---

2 **Na číselné ose vyznačte interval** $\langle 2-n;\ n-3\rangle$ **pro** $n=5$.



---

3 **Najděte nejmenší přirozené číslo** n, **pro které existuje interval** $\langle 2-n;\ n-3\rangle$, **a tento interval vyznačte na číselné ose.**

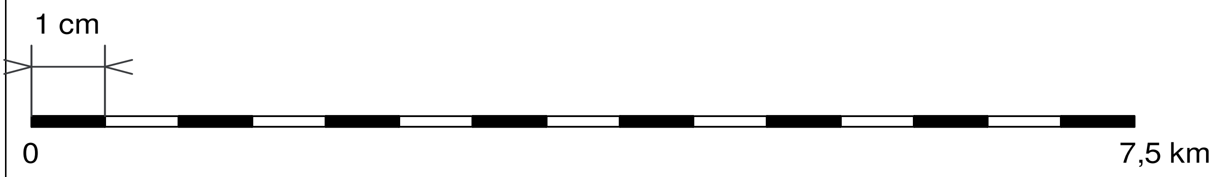


---

4 **Vypočtěte, kolikrát větší je číslo** 10^{17} **než součet čísel** $3{,}2\cdot 10^{15}$ a $8\cdot 10^{14}$.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 5

U mapy je grafický převod vzdáleností na mapě a ve skutečnosti.



Měřítko mapy se vyjadřuje ve tvaru $1:x$, tedy 1 cm na mapě představuje x cm ve skutečnosti.

(CERMAT)

5 **Uveďte měřítko mapy.**

---

6 **Vypočtěte:**

$$[10^4-(8\cdot 10^4-73\cdot 10^3)]^2=$$

7 Vypočtěte, kolik korun je 5 setin procenta ze 2 miliard korun.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 8

Auto vyjíždělo na cestu s polovinou nádrže. Po 100 kilometrech jízdy zbývala ještě třetina nádrže a při příjezdu do cíle jen pětina nádrže. Množství spotřebovaného paliva v nádrži je přímo úměrné ujeté vzdálenosti.

(CERMAT)

8 Vypočtěte, kolik kilometrů auto ujelo.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 9

Podle jízdního řádu má být vlak za 10 minut ve stanici. K nádraží mu zbývá 32 km jízdy. Vlak za každé 2 minuty ujede 3 kilometry kromě posledního dvoukilometrového úseku, který mu trvá 5 minut.

(CERMAT)

9 Jaké předpokládané zpoždění se objeví na nádražní informační tabuli?

A) žádné zpoždění

B) 5 minut

C) 10 minut

D) 15 minut

E) jiné zpoždění

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 10

Firma si účtuje za vybavení kanceláře žaluziemi celkem 2 650 Kč. Z dodacího listu je patrné, že žaluzie byly o 954 Kč dražší než jejich instalace.

(CERMAT)

10 Kolik procent z účtované částky tvoří instalace žaluzií?

A) 42 %

B) 37,5 %

C) 36 %

D) 32 %

E) 26,5 %

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

Eva má hotovost 450 000 Kč a peněžní ústav jí nabízí roční termínový vklad s 3% roční úrokovou mírou. Před vyzvednutím částky se z úroku odpočítá státem stanovená daň ve výši 15 %.

(CERMAT)

11 Kolik korun bude z tohoto ročního termínovaného vkladu odvedeno na daních?

A) 13 500 korun

B) 2 250 korun

C) 2 025 korun

D) 1 000 korun

E) jiná suma

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Podle daňového sazebníku platného pro rok 2010 stál výrobek včetně 20% daně 6 000 korun.

(CERMAT)

12 Kolik korun by stál, pokud by byl zatížen pouze 10% daní?

(Výsledek je zaokrouhlen na celé koruny.)

A) 5 280 korun

B) 5 400 korun

C) 5 500 korun

D) 5 700 korun

E) 5 980 korun

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 13

Na trh se zavádí nový výrobek. V prvním týdnu se prodává za sníženou zaváděcí cenu. Pět výrobků pořízených za zaváděcí cenu stojí tolik jako tři výrobky koupené za běžnou cenu.

Porovnávají se ceny přepočítané na jeden výrobek.

(CERMAT)

13 O kolik procent je zaváděcí cena za jeden výrobek nižší než běžná cena za jeden výrobek?

A) více než o 30 %

B) o 30 %

C) o 20 %

D) méně než o 20 %

E) Bez uvedené ceny nelze požadovaný údaj určit.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Pan Novák si za večer vydělal o čtvrtinu víc než pan Dung. Pan Dung za večeři utratil 20 % svého výdělku, pan Novák utratil stejnou částku.

(CERMAT)

14 Kolik procent svého večerního výdělku utratil pan Novák?

A) 16 %

B) 18 %

C) 20 %

D) 25 %

E) jiné řešení

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 15

Celkem 960 obyvatel města odpovědělo v referendu na otázku, má-li radnice i nadále podporovat provoz kina a divadla. Jejich odpovědi jsou zaznamenány v následující tabulce.

	podporovat divadlo	nepodporovat divadlo
podporovat kino	200	540
nepodporovat kino	170	50

(CERMAT)

15 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (15.1–15.4), zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE).

		A	N
15.1	Celkem 50 účastníků referenda odmítá jak podporu kina, tak i divadla.	☐	☐
15.2	Podpora provozu kina má dvakrát více příznivců než podpora provozu divadla.	☐	☐
15.3	Necelých 18 % účastníků referenda nechce podporovat provoz kina.	☐	☐
15.4	Asi 74 % účastníků referenda by rádo podpořilo pouze jeden z obou provozů.	☐	☐

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

Ve fitcentru si vedou měsíční statistiky. Dvě pětiny návštěvníků chodí do fitcentra alespoň dvakrát týdně, osmina z nich dokonce denně. Čtvrtina návštěvníků chodí jedenkrát týdně. Každá dvacátá osoba se po první návštěvě fitcentra víckrát nevrátí. Zbytek návštěvníků chodí několikrát do měsíce, ale nepravidelně.

(CERMAT)

16 Přiřaďte ke každé otázce (16.1–16.4) odpovídající výsledek (A–F):

16.1 Kolik procent návštěvníků chodí do fitcentra alespoň dvakrát týdně? ______

16.2 Kolik procent návštěvníků chodí do fitcentra denně? ______

16.3 Kolik procent návštěvníků chodí do fitcentra pravidelně? ______

16.4 Kolik procent návštěvníků chodí několikrát do měsíce, ale nepravidelně? ______

A) 5 %

B) 25 %

C) 30 %

D) 40 %

E) 65 %

F) jiná hodnota

---

17 Přiřaďte ke každému zápisu s absolutní hodnotou (17.1–17.3) takové číslo a (A–E), aby po dosazení platila rovnost:

17.1 $|a-30|=0$ ______

17.2 $|a-30|=a$ ______

17.3 $a+30=|a|$ ______

A) $a=-30$

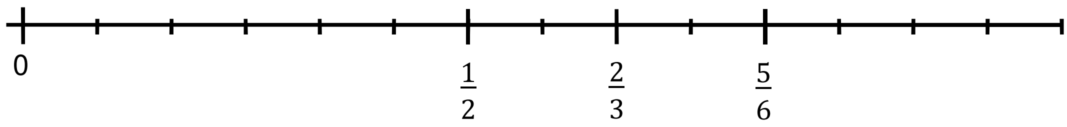
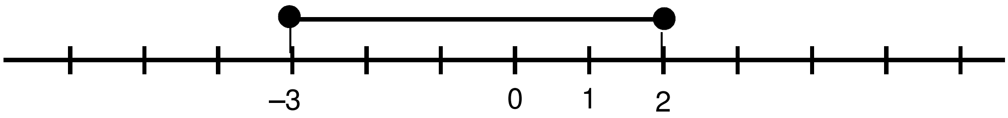
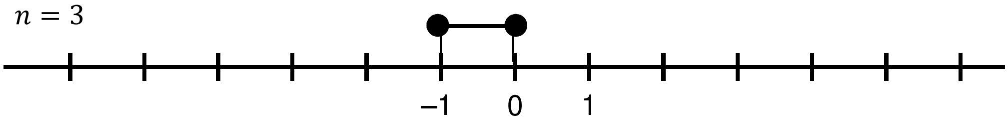
B) $a=-15$

C) $a=15$

D) $a=30$

E) jiné číslo a

VÝSLEDKY ÚLOH – Číselné obory

1	
2	
3	$n = 3$ 
4	25krát
5	1 : 50 000
6	9 000 000
7	1 000 000
8	180 km
9	D
10	D
11	C
12	C
13	A
14	A
15	ANO, ANO, NE, ANO
16	D, A, E, C
17	D, C, B

2. Algebraické výrazy

1 Vytkněte a rozložte na součin:

$3y^2 - 12 =$

---

2 Proveďte:

$(3x^2 - 12)^2 =$

---

3 Proveďte:

3.1 $2a - \frac{2}{4}a - \frac{7}{8}a =$

3.2 $6b \cdot \frac{1}{2}b =$

3.3 $(c^3 - c) : (c - 1) =$
pro $c \neq 1$

---

4 Pro $x \in \mathbf{R} \setminus \{-0{,}5\}$ je dán výraz:

$$1 - \frac{x-1}{2x+1}$$

4.1 Vypočtěte hodnotu výrazu pro $x = \frac{1}{2}$.

4.2 Vypočtěte, pro kterou hodnotu proměnné x je výraz roven nule.

---

5 Pro $x \in \mathbf{R}$ určete podmínky, pro něž má smysl výraz:

$$1 + \frac{x-3}{3-\frac{x}{2}} =$$

---

6 Pro $c \neq 0$ a $c \neq 1$ proveďte a upravte na co nejjednodušší tvar:

$$\frac{3}{c-1} - \frac{3}{c^2 - c} =$$

7 **Pro $n \in \mathbf{N}$ zjednodušte:**

$$\left(1-\frac{n}{n+1}\right)\left(n-\frac{1}{n}\right)=$$

---

8 **Pro $x \in \mathbf{R}\setminus\{1\}$ proveďte:**

$$2+\frac{x-1}{1-x}=$$

---

9 **Pro $a > 0$ proveďte a zjednodušte:**

$$\frac{a^3}{2^2}-\left(\frac{2}{a}\right)^{-3}=$$

---

10 **Pro $d \geq 0$ zjednodušte:**

$$\sqrt{2d^3}\cdot\sqrt{18d}=$$

---

11 **Vyjádřete jako jedinou mocninu se základem** 2:

$$2^{200}\cdot 2^{100}+8^{100}=$$

---

12 **Pro $m \in \mathbf{Z}$ zjednodušte**:

$$4^m(4^{m+1}-3\cdot 4^m)=$$

---

13 Jsou dány dva výrazy $\frac{x}{x+1}$; $\frac{-1}{x^2+x}$ s proměnnou $x \in \mathbf{R}$.

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (13.1–13.4), zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE).

		A	N
13.1	Pro $x = -1$ má <u>první</u> z obou výrazů smysl.	☐	☐
13.2	Pro $x = 1$ má <u>druhý</u> z obou výrazů smysl.	☐	☐
13.3	Společný jmenovatel obou výrazů může být $x^2 + x$.	☐	☐
13.4	Pro kladné hodnoty proměnné x je součet obou výrazů roven $\frac{x-1}{x}$.	☐	☐

14 **Za jakých podmínek pro $c \in \mathrm{R}$ má výraz $\frac{c^2-4}{c^2+2c} \cdot \frac{c}{c^2+4}$ smysl?**

A) $c \neq \pm 2$

B) $c \neq 0; c \neq \pm 2$

C) $c \neq 0; c \neq 2;$

D) $c \neq 0; c \neq -2$

E) za jiných podmínek

---

15 **Jaká je hodnota výrazu $\frac{x^2}{x-1}$ pro $x = \sqrt{3} - 1$?**

A) $5 + \sqrt{3}$

B) $-0{,}5 - \sqrt{3}$

C) -2

D) $-2{,}2$

E) -3

---

16 **Pro které reálné hodnoty proměnné x <u>není</u> definován výraz $\frac{2}{x^2 - x + 2}$?**

A) pro $x = 0$

B) pro $x = 1$ a pro $x = -2$

C) pro $x = -1$ a pro $x = 2$

D) pro jiné dvě hodnoty

E) Výraz je definován pro všechna reálná čísla.

VÝSLEDKY ÚLOH – Algebraické výrazy

1	$3(y+2)(y-2)$
2	$9x^4 - 72x^2 + 144$
3	3.1 $\frac{5}{8}a$; 3.2 $3b^2$; 3.3 $c \cdot (c+1) = c^2 + c$
4	4.1 $\frac{5}{4}$; 4.2 $x = -2$
5	$x \neq 6$; resp. $x \in \mathbf{R} \setminus \{6\}$
6	$\frac{3}{c}$
7	$\frac{n-1}{n}$
8	1
9	$\frac{a^3}{8}$
10	$6d^2$
11	2^{301}
12	4^{2m}
13	NE, ANO, ANO, ANO
14	D
15	C
16	E

3. Rovnice a nerovnice

1 V oboru $\mathbf{R}$ řešte:

1.1 $\frac{14}{5} : b = 7$

1.2 $\frac{1}{c} - \frac{3}{2c} = \frac{3}{4}$

Řešení rovnic zapište ve tvaru zlomku v **základním** tvaru.

---

2 Z každého z následujících vztahů vyjádřete proměnnou t.

2.1 $s = 0{,}5(t + u)$

2.2 $t^{-1} + z = 2$

---

3 V oboru $\mathbf{R}$ řešte nerovnice a výsledek zapište intervalem.

3.1 $\frac{x-5}{2} \leq 2x + 5$

3.2 $2x - 1 < -3$

---

4 V oboru $\mathbf{R}$ řešte soustavu nerovnic a výsledek zapište intervalem.

$2x - 1 < -3$

$\underline{3x + 10 > 1}$

---

5 Pro $x \in \mathbf{R}; y \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ je dána soustava rovnic:

$\frac{x}{y} = 4$

$2x - 5y = -3$

5.1 Vypočtěte hodnotu neznámé x.

5.2 Vypočtěte hodnotu neznámé y.

---

6 V oboru $\mathbf{R}$ řešte:

6.1 $2x^2 - 2 = 3x$

6.2 $a^2 - 2a + 6 = 5(2 - a)$

6.3 $x(x - 2) + (x - 2)(x + 2) = 0$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 7

Neznámé číslo nejprve zmenšíme o třetinu své hodnoty, poté ještě o 40. Po vynásobení výsledku dvěma získáme původní neznámé číslo.

(CERMAT)

7 Určete neznámé číslo.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 8

Pan Vlk má dvě zaměstnání. V prvním zaměstnání vydělává 400 Kč za hodinu, ve druhém 300 Kč za hodinu. V prvním zaměstnání stráví týdně o 10 hodin více než ve druhém a vydělá si tam za týden dvakrát více.

(CERMAT)

8 Vypočtěte, kolik hodin týdně stráví pan Vlk v prvním zaměstnání.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 9

Za nákup 2,5 kg meruněk a 1,5 kg broskví se zaplatilo celkem 85 korun. Kilo broskví je o 2 koruny levnější než kilo meruněk.

CERMAT)

9 Užitím rovnic **vypočtěte, kolik korun se zaplatilo za meruňky.**

Uveďte celý postup řešení.

---

10 Pro $x \neq 0$ a $n \in \mathbf{N}$ je dáno:

$$n = \frac{n}{x} - 3$$

Které z následujících tvrzení platí?

A) $x = -2$

B) $x = 1 - 3n$

C) $x = \frac{3 - n}{3}$

D) $x = \frac{n + 3}{n}$

E) $x = \frac{n}{n + 3}$

11 Neznámá $x \in \mathbf{R}$ splňuje podmínky:

$x < 6 \leq -2x + 4$

Který zápis je ekvivalentní daným podmínkám?

A) $x \in (-\infty;\ -6)$

B) $x \in (-\infty;\ -1\rangle$

C) $x \in (-2; 6)$

D) $x \in \langle -1;\ 6)$

E) žádný z uvedených

---

12 **Jaké je řešení nerovnice** $\frac{-5x}{x-5} < 0$ **v oboru** $\mathbf{R}$**?**

A) $\emptyset$

B) $\left(5;\ +\infty\right)$

C) $(-\infty; 5)$

D) $(-\infty; 5) \cup \left(5;\ +\infty\right)$

E) $(-\infty; 0) \cup (5; +\infty)$

---

13 **Jaké je řešení nerovnice** $x \cdot (3 - 2x) < 0$ **v oboru** $\mathbf{R}$**?**

A) $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$

B) $(0; +\infty)$

C) $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$

D) $\left(0;\ \frac{3}{2}\right)$

E) $\mathbf{R} \setminus \left\{0;\ \frac{3}{2}\right\}$

14 Přiřaďte ke každé rovnici s neznámou $x \in \mathbf{R}$ (14.1–14.4) interval (A–F), do něhož patří řešení dané rovnice, pokud řešení existuje.

14.1 $\frac{2x+3}{3} = 0$ ______

14.2 $\frac{x-3}{x} = -3$ ______

14.3 $\frac{x-2}{2x} = \frac{1}{2}$ ______

14.4 $\frac{3-2x}{6} = \frac{1}{2}$ ______

A) $(-\infty;\ -1)$

B) $\langle -1;\ 0)$

C) $\left(-0{,}5;\ 0{,}5\right)$

D) $(0;\ 1\rangle$

E) $(1;\ +\infty)$

F) rovnice nemá řešení

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Pravoúhelník o rozloze 2 000 m^2 byl rozdělen rovnou hranicí na dva obdélníky. Oba obdélníky se liší v délce jedné strany o 10 m. Obsahy obdélníků jsou v poměru $3 : 2$.

(CERMAT)

15 V jakém poměru jsou délky stran většího z obou obdélníků?

A) $5 : 6$

B) $4 : 5$

C) $3 : 4$

D) $2 : 3$

E) $1 : 2$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

Martin byl s cestovní agenturou na několikadenním prázdninovém putování na kolech. Za rok si úplně stejnou cestu zopakoval soukromě s Terezkou.

Cestování si však rozvrhli jinak než s agenturou. Pro každý den si naplánovali stejně dlouhý úsek, a to v průměru o desetinu kratší, než byla průměrná denní trasa s agenturou. Proto jejich cyklistické putování trvalo o dva dny déle než s agenturou.

(CERMAT)

16 Kolik dní trvalo cyklistické putování s cestovní agenturou?

A) 14

B) 16

C) 18

D) 20

E) jiný počet dní

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

Anežka nasbírá kbelík borůvek za dvě hodiny. Pepa za každou hodinu naplní jednu třetinu kbelíku. Oba pracují rovnoměrným tempem.

CERMAT)

17 Za jak dlouho by společně naplnili až po okraj jeden kbelík?

A) za $1\frac{1}{6}$ hodiny

B) za $1\frac{1}{5}$ hodiny

C) za $1\frac{1}{4}$ hodiny

D) za $1\frac{1}{3}$ hodiny

E) za delší dobu

VÝSLEDKY ÚLOH – Rovnice a nerovnice

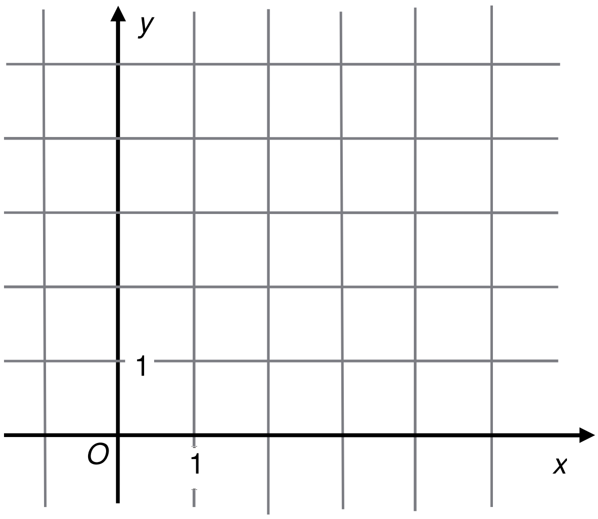
1	1.1 $b = \frac{2}{5}$; 1.2 $c = -\frac{2}{3}$
2	2.1 $t = 2s - u$; 2.2 $t = \frac{1}{2 - z}$
3	3.1 $\mathrm{K} = \langle -5; \infty)$; 3.2 $\mathrm{K} = (-\infty; -1)$
4	$\mathrm{K} = (-3; -1)$
5	5.1 $x = -4$; 5.2 $y = -1$
6	6.1 $\mathrm{K} = \{-0{,}5; 2\}$; 6.2 $\mathrm{K} = \{-4; 1\}$; 6.3 $\mathrm{K} = \{-1; 2\}$
7	240
8	30 hodin
9	Cena za 1 kg meruněk … x Kč <u>Cena za 1 kg broskví … y Kč</u> $2{,}5x + 1{,}5y = 85$ <u>$x - 2 = y$</u> $2{,}5x + 1{,}5(x - 2) = 85$ $2{,}5x + 1{,}5x - 3 = 85$ $4x = 88$ $x = 22$ Kč $2{,}5 \cdot 22$ Kč $= 55$ Kč Za meruňky se zaplatilo 55 Kč.
10	E
11	B
12	E
13	C
14	A, D, F, C
15	C
16	C
17	B

4. Funkce

VÝCHOZÍ TEXT, TABULKA A OBRÁZEK K ÚLOZE 1

Funkce f je dána předpisem $y = \frac{2}{x}$, kde $x \in \mathbf{R}$.

x	1	2
y		



(CERMAT)

1

1.1 V tabulce doplňte chybějící hodnoty funkce.

1.2 Sestrojte graf funkce f pro $x > 0$.

1.3 Určete, pro kterou hodnotu proměnné x je $y = \frac{1}{2}$.

---

2 Vypočtěte obě souřadnice bodu P, v němž se protínají grafy funkcí f a g:

2.1 $f: 2x - y + 4 = 0$

$g: 2x + 3y - 4 = 0$

2.2 $f: y = 2x - 9$

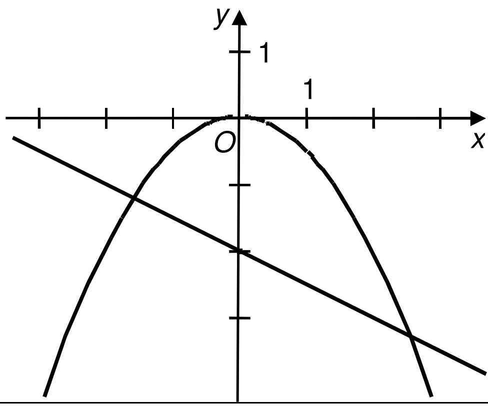
$g: y = 3 - 2x$

3 Funkce f a g jsou určeny předpisy:

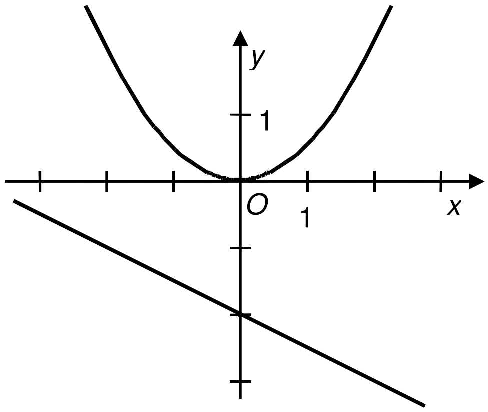
$f: y = 0{,}5x^2$
$g: y = 2 - 0{,}5x$

Na kterém z obrázků A – E jsou správně sestrojeny grafy obou funkcí?

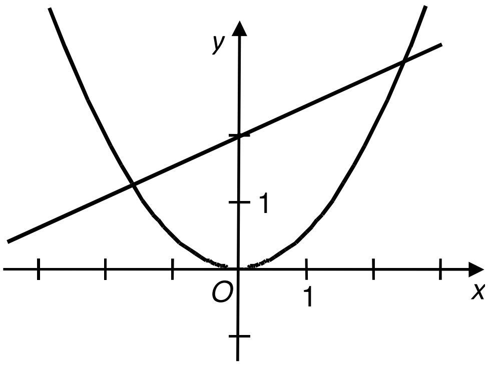
A)



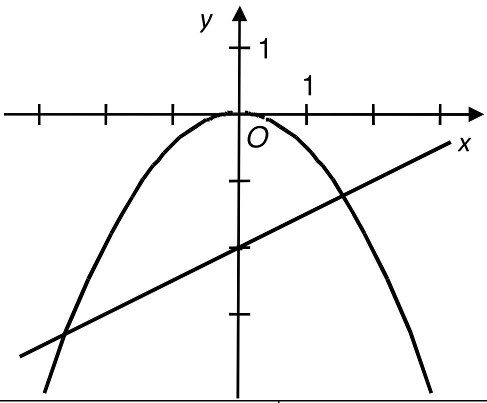
B)



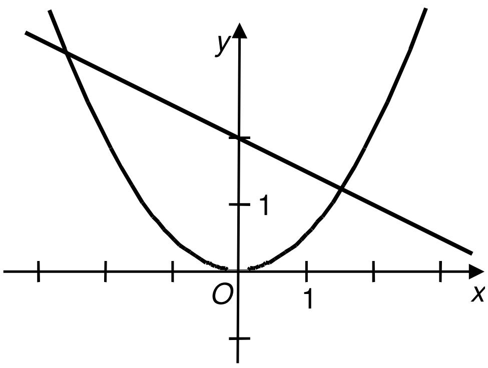
C)



D)

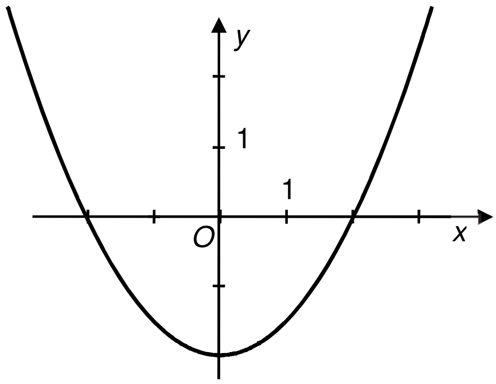


E)

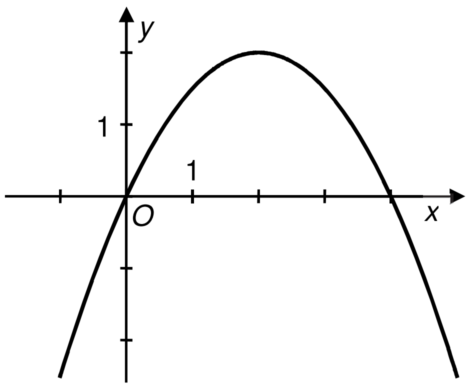


4 Přiřaďte ke každému grafu funkce (4.1–4.3) odpovídající předpis funkce (A–E).

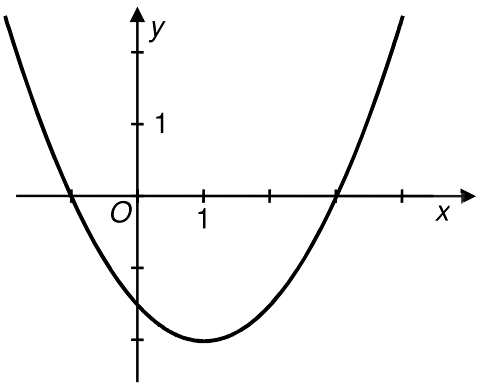
4.1



4.2



4.3



A) $y = \frac{x}{2}(4 - x)$

B) $y = \frac{1}{2}(x + 1)(x - 3)$

C) $y = \frac{x^2}{2} - x + \frac{3}{2}$ 4.1 ______

D) $y = \frac{x^2}{2} - 2x$ 4.2 ______

E) $y = \frac{1}{2}(x^2 - 4)$ 4.3 ______

5 Grafem kvadratické funkce $f: y = x^2 - 6x$ je parabola s vrcholem $V[m; n]$.

Jakou hodnotu má druhá souřadnice n vrcholu V?

A) $n = -9$

B) $n = -6$

C) $n = -3$

D) $n = 0$

E) $n = 6$

---

6 **V oboru $\mathbb{R}$ řešte:**

6.1 $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 4 \cdot 4^x$

6.2 $5^3 \cdot 5^9 = (5^x)^3$

6.3 $5^{3y} = 5 \cdot 5^y$

---

7 **Pro $a > 0$ vypočtěte:**

$$\log\frac{4}{a} - \log 400 + \log a =$$

---

8 **V oboru** R **řešte**:

8.1 $\log 2 - \log x = 1$

8.2 $\log_3 x + \log_3 27 = 1$

8.3 $\log 0{,}1 + \log(2x) = 1$

8.4 $\log_2 2x - \log_2 8 = 1$

8.5 $\log 1000 + \log x = 4$

9 Přiřaďte ke každému předpisu funkce (9.1–9.4) odpovídající graf funkce (A–F).

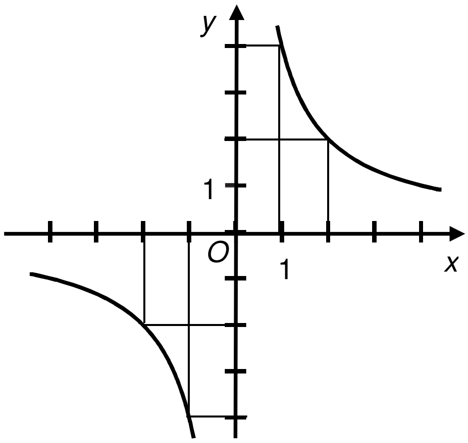
9.1 $y = 4^x$ _______

9.2 $y = \frac{4}{x}$ _______

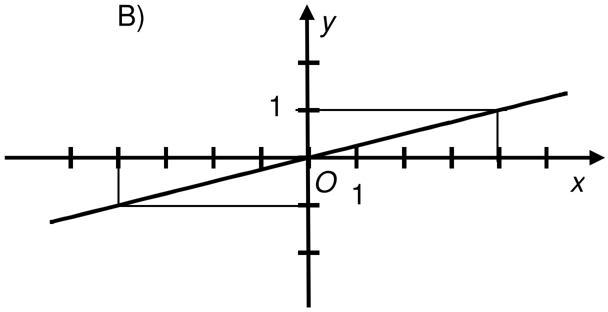
9.3 $y = \frac{x}{4}$ _______

9.4 $y = \log_4 x$ _______

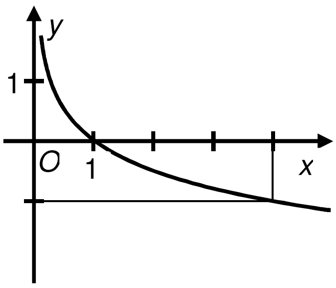
A)



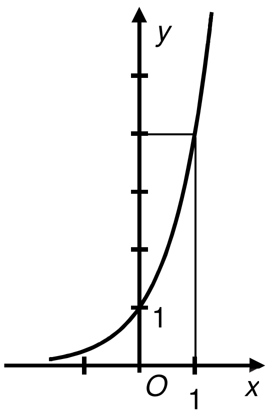
B)



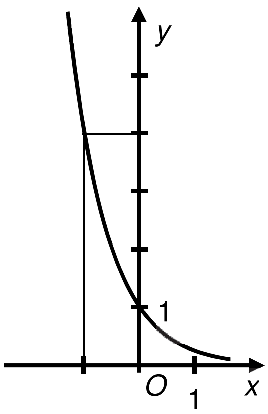
C)



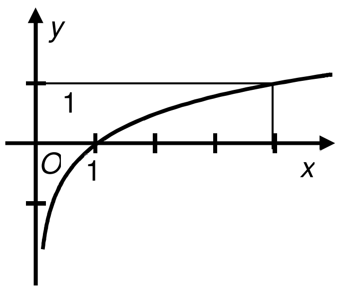
D)



E)



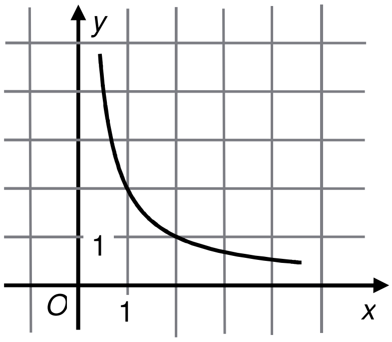
F)



VÝSLEDKY ÚLOH – Funkce

<table>
<tr><td rowspan="3">1</td><td>1.1

x	1	2
y	2	1

</td></tr>
<tr><td>1.2

</td></tr>
<tr><td>1.3 $x = 4$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>2.1 $P[-1; 2]$; 2.2 $P[3; -3]$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>E</td></tr>
<tr><td>4</td><td>E, A, B</td></tr>
<tr><td>5</td><td>A</td></tr>
<tr><td>6</td><td>6.1 $x = -\frac{2}{3}$; 6.2 $x = 4$; 6.3 $x = 0{,}5$</td></tr>
<tr><td>7</td><td>-2</td></tr>
<tr><td>8</td><td>8.1 $x = 0{,}2$; 8.2 $x = \frac{1}{9}$; 8.3 $x = 50$; 8.4 $x = 8$; 8.5 $x = 10$</td></tr>
<tr><td>9</td><td>D, A, B, F</td></tr>
</table>

Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání – CERMAT
Jankovcova 933/63, 170 00 Praha 7, tel.: +420 224 507 507
www.cermat.cz, www.novamaturita.cz

5. Posloupnosti a finanční matematika

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 1–2

Vzorec pro n-tý člen posloupnosti je:
$a_n = 5n - 3$, kde $n \in \mathbf{N}$

(CERMAT)

1 Vypočtěte rozdíl:

$a_{n+1} - a_n =$

2 Určete, kolikátý člen posloupnosti je jedenáctkrát větší než druhý člen, tj. $a_n = 11a_2$.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 3–5

Aritmetická posloupnost obsahuje 50 členů, z nichž první tři jsou -140; -132; -124 a poslední tři 236; 244; 252.

(CERMAT)

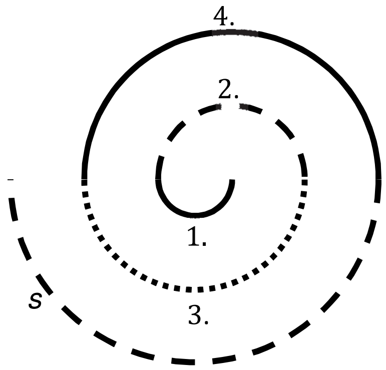
3 Vypočtěte dvacátý člen posloupnosti.

4 Vypočtěte součet všech 50 členů posloupnosti:

$-140 + (-132) + (-124) + \cdots + 236 + 244 + 252 =$

5 Určete, kolikátým členem posloupnosti je číslo 100.

VÝCHOZÍ OBRÁZEK A TEXT K ÚLOHÁM 6–7



V zámecké dlažbě byla vytvořena spirála, jejíž část je znázorněna na obrázku.

Spirála je složena z 15 navazujících půlkružnic. Délka první půlkružnice je $a_1 = 22$ dm a každá následující půlkružnice je o 22 dm delší.

(CERMAT)

6 **Vypočtěte délku a_3 třetí půlkružnice.**

7 **Uveďte v metrech délku s celé spirály**. (Na obrázku je zobrazena pouze část spirály.)

---

8 **Rozhodněte o každé následující čtveřici čísel (8.1–8.4), tvoří-li geometrickou posloupnost (ANO), či nikoli (NE):**

		A	N
8.1	$(4; 2; -2; -4)$	☐	☐
8.2	$(1; 4; 16; 64)$	☐	☐
8.3	$(8;\ -4; 2;\ -1)$	☐	☐
8.4	$(0; 4; 8; 12)$	☐	☐

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 9

Posloupnost tvoří sedmnáct po sobě jdoucích přirozených lichých čísel seřazených vzestupně od nejmenšího k největšímu. Prostřední člen a_9 je číslo 23.

(CERMAT)

9 **Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (9.1–9.4), je-li pravdivé (ANO), či nikoli (NE).**

		A	N
9.1	Rozdíl dvou sousedních členů je 1.	☐	☐
9.2	$a_{12} = 29$	☐	☐
9.3	Všechny členy jsou větší než 5.	☐	☐
9.4	Součet čtyř nejmenších členů je 40.	☐	☐

10 Třicátý člen aritmetické posloupnosti je $a_{30} = 100$ a diference $d = 3$.

Kolikátým členem posloupnosti je číslo 280?

A) 60. členem

B) 90. členem

C) 120. členem

D) 180. členem

E) členem s jiným pořadím

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

Počítač byl pořízen za 10 000 Kč. Každým následujícím rokem se z ceny počítače odepisuje vždy stejné procento ceny z předchozího roku. Po čtyřech letech se hodnota počítače sníží přibližně na 1 300 Kč.

(CERMAT)

11 **Kolik procent (s přesností na 1 %) se každým rokem odepisuje z ceny počítače?**

A) méně než 22 %

B) 22 %

C) 34 %

D) 40 %

E) více než 40 %

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Zdeněk si potřebuje půjčit částku 15 000 Kč. Dohodne se s věřitelem, že mu dluh splatí během roku v pěti pravidelných splátkách po 3 000 Kč. Ke každé splátce má navíc připlatit 5 % aktuálního dluhu. (Tedy při první splátce je to 5 % z 15 000 Kč, při poslední už jen 5 % ze 3 000 Kč.)

(CERMAT)

12 **Kolik korun celkem připlatí Zdeněk k dlužné částce?**

A) 2070 Kč

B) 2250 Kč

C) 2750 Kč

D) 3750 Kč

E) jinou částku

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 13

V Kocourkově se příjmy obyvatel každým rokem zvýší o 50 % oproti příjmům z předchozího roku. Během každého dvouletého období však peníze ztratí polovinu své hodnoty.

(CERMAT)

13 Jak se změní hodnota příjmů po uplynutí 10 let?

(Výsledek zaokrouhlete na procenta.)

A) Zvýší se více než o 200 %.

B) Zvýší se o 80 %.

C) Nezmění se.

D) Sníží se o 69 %.

E) Sníží se o 94 %.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Čtveřice a_1, a_2, a_3, a_4, kde $a_2 = -20$, $a_3 = 10$, představuje čtyři po sobě jdoucí členy **aritmetické** posloupnosti, čtveřice g_1, g_2, g_3, g_4, kde $g_2 = -10, g_3 = 20$, čtyři po sobě jdoucí členy **geometrické** posloupnosti.

(CERMAT)

14 Přiřaďte ke každému členu (14.1–14.4) odpovídající hodnotu (A–F).

14.1 a_1 ______

14.2 a_4 ______

14.3 g_1 ______

14.4 g_4 ______

A) -50

B) -40

C) -10

D) 5

E) 40

F) 50

VÝSLEDKY ÚLOH – Posloupnosti a finanční matematika

1	5
2	16
3	$a_{20} = 12$
4	$s_{50} = 2\,800$
5	$n = 31$
6	$a_3 = 66\ \mathrm{dm}$
7	$S = 264\ \mathrm{m}$
8	NE, ANO, ANO, NE
9	NE, ANO, ANO, ANO
10	B
11	D
12	B
13	B
14	A, E, D, B

Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání – CERMAT
Jankovcova 933/63, 170 00 Praha 7, tel.: +420 224 507 507
www.cermat.cz, www.novamaturita.cz

6. Planimetrie

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

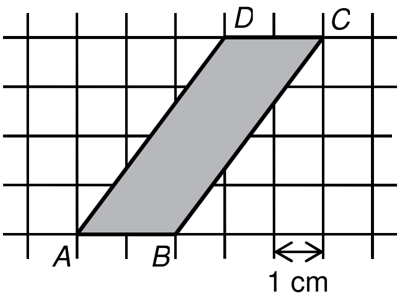
Úsek, který se ve skutečnosti ujde deseti kroky, je na plánu znázorněn úsečkou délky 1 cm. Kruh na plánu má poloměr 2,5 cm.

(CERMAT)

1 Vypočtěte, kolika kroky se obejde po obvodu skutečný kruh.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 2–3

Ve čtvercové síti je umístěn rovnoběžník $ABCD$.



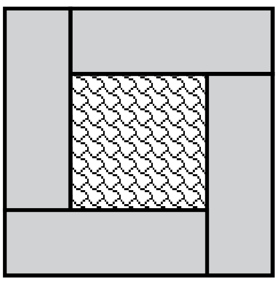
(CERMAT)

2 Vypočtěte obsah rovnoběžníku $ABCD$ a výsledek uveďte v cm^2.

3 V rovnoběžníku $ABCD$ určete poměr velikostí obou výšek.
(Výsledek uveďte v základním tvaru.)

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 4

Vzor na dlaždici tvoří čtyři shodné obdélníky a čtverec uprostřed. Obvod každého z obdélníků je 30 cm.



(CERMAT)

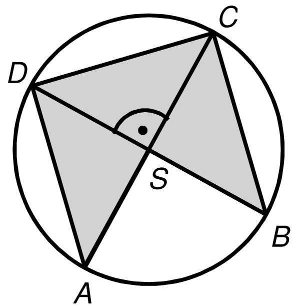
4

4.1 Vypočtěte obvod celé dlaždice (o).

4.2 Vypočtěte obsah dlaždice (S).

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 5

Do kružnice se středem S a poloměrem $r = 3$ cm je vepsán šedý obrazec $ASBCD$.



(CERMAT)

5 **Vypočtěte v cm^2 obsah šedého obrazce** $ASBCD$.

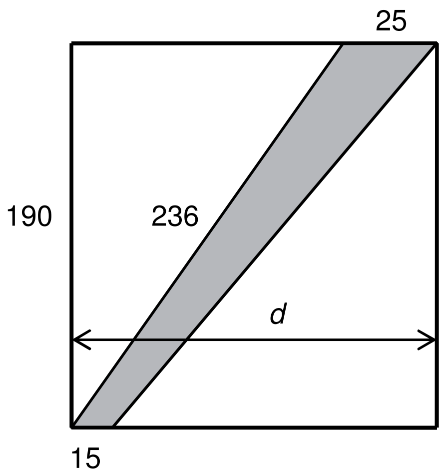
---

6 Délky základen lichoběžníku jsou $a = 4{,}2 \cdot 10^8$ metrů, $c = 8 \cdot 10^7$ metrů, výška v má velikost $4{,}8 \cdot 10^5$ metrů.

Vypočtěte obsah plochy lichoběžníku.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 7–8

Pozemek tvaru obdélníku je dočasně přerušen stavebním záborem (šedá plocha). Rovnoběžné hranice záboru na obvodu pozemku jsou dlouhé 15 m a 25 m. Jedna šikmá strana záboru, která je oplocena, má délku 236 m. Nyní se pokračuje v oplocování 190 m dlouhé strany pozemku.



Rozměry v obrázku jsou uvedeny v metrech.

(CERMAT)

7 **Vypočtěte obsah plochy stavebního záboru.**

8 **S přesností na celé metry vypočtěte šířku pozemku** (d).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 9

Okrasná část zahrady má tvar obdélníku, jehož rozměry se liší o jediný metr. Po úhlopříčce dlouhé 29 metrů vede pěšinka.

(CERMAT)

9 **Určete délku a šířku okrasné zahrady.** (Šířka pěšinky se při výpočtu zanedbává.)

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 10

Čtvercový travnatý pozemek se obchází po dvou stranách jeho obvodu celkem třemi sty kroky. Neukázněný chodec dostal pokutu za to, že pozemek přešel po úhlopříčce.

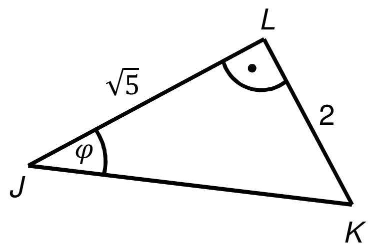
(CERMAT)

10 **Vypočtěte, kolik kroků neukázněný chodec ušetřil a výsledek zaokrouhlete na desítky.**

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

V trojúhelníku JKL platí:

$$\cos\varphi = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

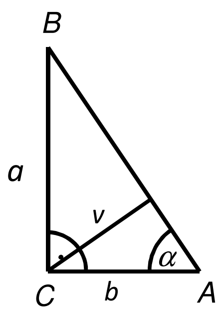


(CERMAT)

11 **Určete hodnotu** $\sin\varphi$.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 12–13

V pravoúhlém trojúhelníku ABC je pravý úhel při vrcholu C, úhel CAB má velikost $\alpha = 60°$ a strana AC má délku $b = 6\sqrt{3}$.



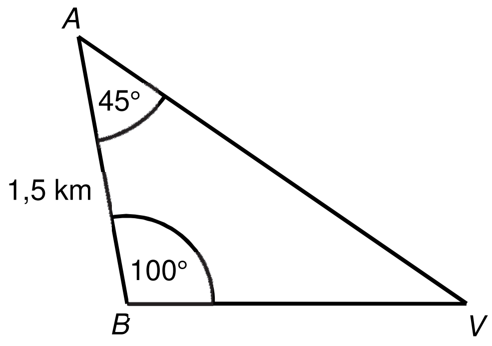
(CERMAT)

12 **Vypočtěte délku strany** BC.

13 **Vypočtěte velikost výšky** v **na přeponu** AB.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 14

Na plánu jsou vyznačeny údaje pořízené při zaměřování vrtné věže V ze dvou stanovišť A a B.



(CERMAT)

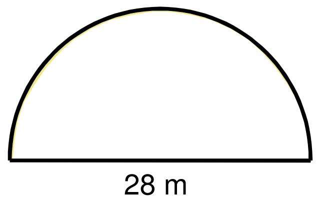
14

14.1 Určete nejmenší úhel, pod kterým je možné od věže V sledovat současně obě stanoviště A a B.

14.2 Určete s přesností na celé metry přímou vzdálenost stanoviště B od vrtné věže V.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 15

Pozemek tvaru půlkruhu je třeba oplotit. Na rovnou část plotu se použije 28 metrů pletiva.



(CERMAT)

15 Kolik celých metrů pletiva bude nejméně potřeba na zbytek plotu po oblouku?

A) 44 metrů

B) 48 metrů

C) 52 metrů

D) 56 metrů

E) jiný počet

16 Délky stran trojúhelníku jsou 8 cm, 9 cm a 13 cm. Podobný trojúhelník má obvod o 15 cm větší.

Jaká je délka nejdelší strany podobného trojúhelníku?

A) 20 cm

B) 19,5 cm

C) 19 cm

D) 18 cm

E) jiná délka

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

Vnitřní úhel trojúhelníku ABC má velikost $\alpha = 40°$.
Pro délky stran platí vztah $a^2 + b^2 = c^2$.

(CERMAT)

17 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (17.1–17.4), zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE).

		A	N
17.1	Nejdelší strana je c.	☐	☐
17.2	Největší úhel má velikost 100°.	☐	☐
17.3	Trojúhelník je rovnoramenný.	☐	☐
17.4	Osa strany b je rovnoběžná se stranou a.	☐	☐

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 18

Světelné paprsky svírají s vodorovnou podložkou úhel 50°. Tyč postavená kolmo k podložce je vysoká 180 cm.

(CERMAT)

18 Jak dlouhý stín (v cm) vrhá tyč na položku?

A) $\dfrac{180}{\sin 50°}$

B) $180 \cdot \sin 50°$

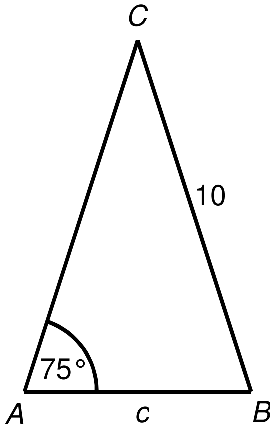
C) $\dfrac{180}{\cos 50°}$

D) $180 \cdot \operatorname{tg} 50°$

E) $\dfrac{180}{\operatorname{tg} 50°}$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

V rovnoramenném trojúhelníku ABC se základnou AB platí:
$|AC| = |BC| = 10$; $\alpha = |\sphericalangle CAB| = 75°$



(CERMAT)

19 **Jakou délku má základna $c = |AB|$?**

(Výsledky jsou zaokrouhleny na desetiny.)

A) 4,9

B) 5,2

C) 5,5

D) 5,8

E) jinou délku

---

20 Trojúhelník ABC má délky stran $a = 3$ cm, $b = 5$ cm a $c = 7$ cm.

Jaký je součet velikostí dvou nejmenších vnitřních úhlů trojúhelníku ABC?

A) 22°

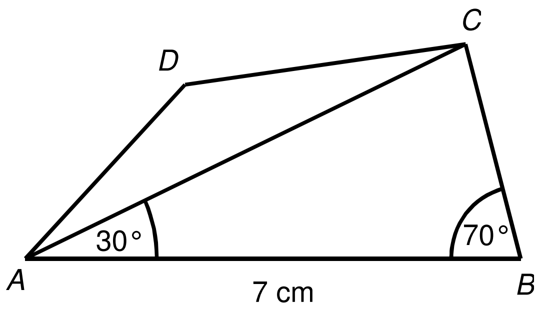
B) 38°

C) 60°

D) 105°

E) jiný

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 21



(CERMAT)

21 Jaká je délka úhlopříčky AC vypočtená s přesností na desetiny centimetru?

A) menší než 6,1 cm

B) 6,1 cm

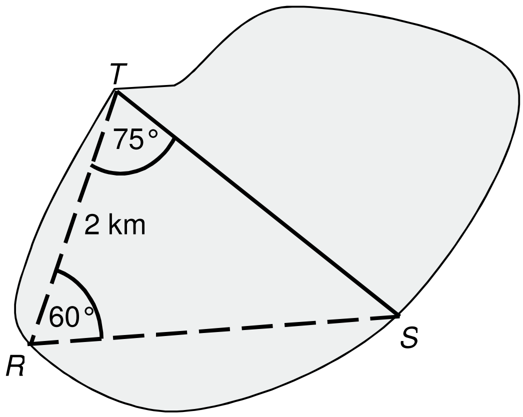
C) 6,7 cm

D) 7,0 cm

E) větší než 7,0 cm

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 22

Pozemek zakreslený v plánku má být rozdělen rovnou hranicí ST na dvě části.



(CERMAT)

22 Jaká je délka hranice ST vypočtená s přesností na desítky metrů?

A) $|ST| = 2\ 230$ m

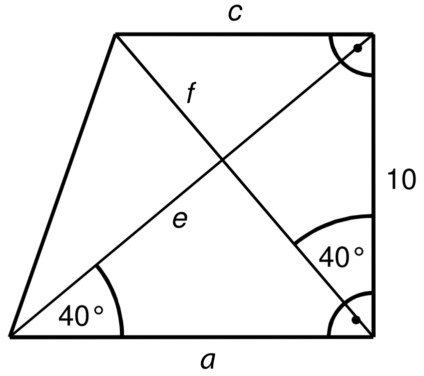
B) $|ST| = 2\ 450$ m

C) $|ST| = 2\ 630$ m

D) $|ST| = 2\ 800$ m

E) $|ST| = 3\ 010$ m

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 23



(CERMAT)

23 Přiřaďte ke každé úsečce (23.1–23.3) její délku (A–E):

23.1 strana a _____

23.2 strana c _____

23.3 úhlopříčka f _____

A) $10 \cdot \sin 40°$

B) $\frac{10}{\sin 40°}$

C) $\frac{10}{\cos 40°}$

D) $10 \cdot \mathrm{tg}\, 40°$

E) $\frac{10}{\mathrm{tg}\, 40°}$

VÝSLEDKY ÚLOH – Planimetrie

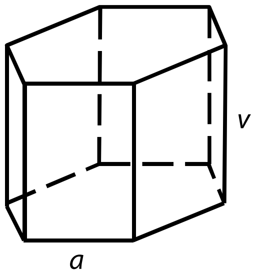
1	157 kroky
2	8 cm^2
3	5 : 2, resp. 2 : 5
4	4.1 $o = 60\ \text{cm}$; 4.2 $S = 225\ \text{cm}^2$
5	$S = 13{,}5\ \text{cm}^2$
6	$S = 1{,}2 \cdot 10^{14}\ \text{m}^2$
7	$S = 3\,800\ \text{m}^2$
8	$d \doteq 165\ \text{m}$
9	$20\ \text{m} \times 21\ \text{m}$
10	$300 - 150\sqrt{2} \doteq 90$
11	$\sin\varphi = \frac{2}{3}$
12	$\lvert BC\rvert = a = 18$
13	$v = 9$
14	14.1 $35°$; 14.2 $1\,849\ \text{m}$
15	A
16	B
17	ANO, NE, NE, ANO
18	E
19	B
20	C
21	C
22	B
23	E, D, C

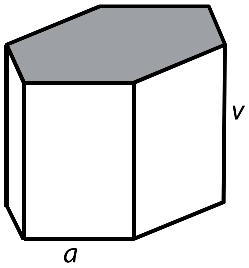
7. Stereometrie

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 1–2

Drátěný model pravidelného šestibokého hranolu s podstavnou hranou délky $a = 8$ cm má výšku $v = 12$ cm.

Těleso se přelepí papírem, podstavy tmavým a plášť bílým.





(CERMAT)

1 **Vypočtěte v cm největší možnou přímou vzdálenost dvou vrcholů drátěného hranolu.** (Tloušťku drátu zanedbáváme.)

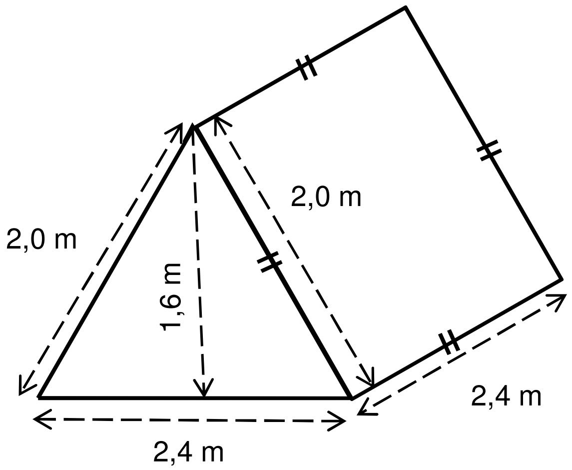
2 **Vypočtěte v cm^2 obsah bílého papírového pláště hranolu.**

---

3 **Vypočtěte, kolik centimetrů měří poloměr koule, jejíž objem je 1 litr.**

(Údaj zaokrouhlete na desetiny centimetru.)

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 4

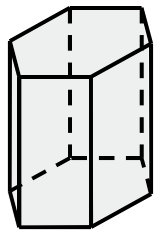


(CERMAT)

4 **Vypočtěte <u>v litrech</u> objem vzduchu ve stanu.**

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 5

Nádobu tvaru pravidelného šestibokého hranolu s podstavou o obsahu 0,5 dm^2 naplní tři čtvrtlitrové hrnky vody až po okraj.



(CERMAT)

5 Jaká je výška nádoby?

A) 37,5 cm

B) 17 cm

C) 15 cm

D) 11,5 cm

E) jiný výsledek

---

6 Koule má poloměr 0,3 m.

Kolikrát větší je objem koule s dvojnásobným poloměrem?

A) devětkrát

B) osmkrát

C) šestkrát

D) třikrát

E) méně než třikrát

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 7

V uzavřeném skleněném kvádru s hranami délek 30 cm, 60 cm a 80 cm je obarvená kapalina. Postavíme-li kvádr na stěnu s rozměry 30 cm × 60 cm, dosáhne kapalina do výšky 40 cm.

(CERMAT)

7 V jaké výšce bude hladina kapaliny, postavíme-li kvádr na stěnu s rozměry 30 cm × 80 cm?

(Tloušťku stěn kvádru zanedbáváme.)

A) 20 cm

B) 25 cm

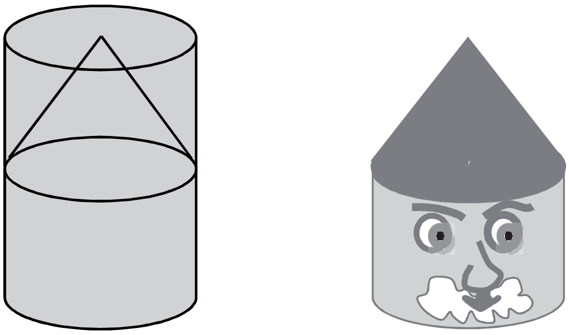
C) 30 cm

D) 35 cm

E) v jiné výšce

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 8–9

Z rotačního válce se vyrábí herní figura. Polovina válce je opracována na rotační kužel, který tvoří klobouk figury.



(CERMAT)

8 Jakou část objemu neopracovaného válce tvoří vyrobená figura?

A) $\frac{7}{8}$

B) $\frac{5}{6}$

C) $\frac{3}{4}$

D) $\frac{2}{3}$

E) $\frac{5}{8}$

9 Obvod podstavy válce je 30 cm a strana klobouku má délku 12 cm.

Jaký je povrch klobouku?

A) 1,2 dm^2

B) 1,4 dm^2

C) 1,5 dm^2

D) 1,8 dm^2

E) jiný povrch

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 10

Váleček se kutálí po podložce. Po jedné celé otočce se posune o 25 cm.
(CERMAT)

10 Jaký je poloměr podstavy válečku?

(Výsledek je zaokrouhlen na desetiny centimetru.)

A) 4,0 cm

B) 4,1 cm

C) 4,2 cm

D) 4,3 cm

E) jiný poloměr

---

11 Přiřaďte ke každé úloze (11.1–11.4) její řešení (A–F).

11.1 Kolik stěn má krychle? _____

11.2 Kolik hran má osmiboký jehlan? _____

11.3 Kolik vrcholů má dvanáctiboký hranol? _____

11.4 Kolik stěn včetně podstav má hranol, který má 24 hran? _____

A) 6

B) 10

C) 12

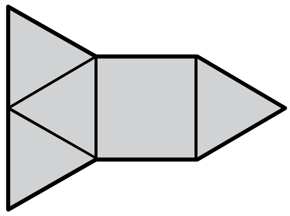
D) 20

E) 24

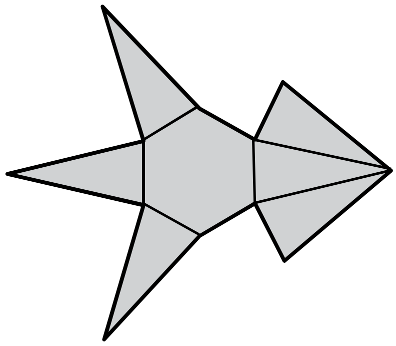
F) jiný výsledek

12 Přiřaďte ke každé zakreslené síti tělesa (12.1–12.4) odpovídající název tělesa (A–F).

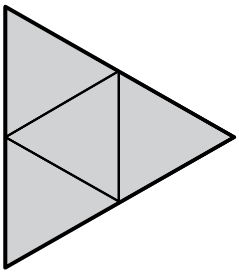
12.1



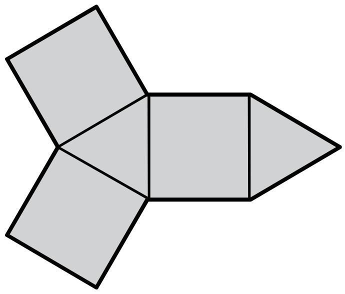
12.2



12.3



12.4



A) pravidelný trojboký jehlan

B) pravidelný čtyřboký jehlan

C) pravidelný šestiboký jehlan

D) pravidelný trojboký hranol

E) pravidelný šestiboký hranol

F) Nelze, útvar není sítí žádného tělesa.

12.1 ______

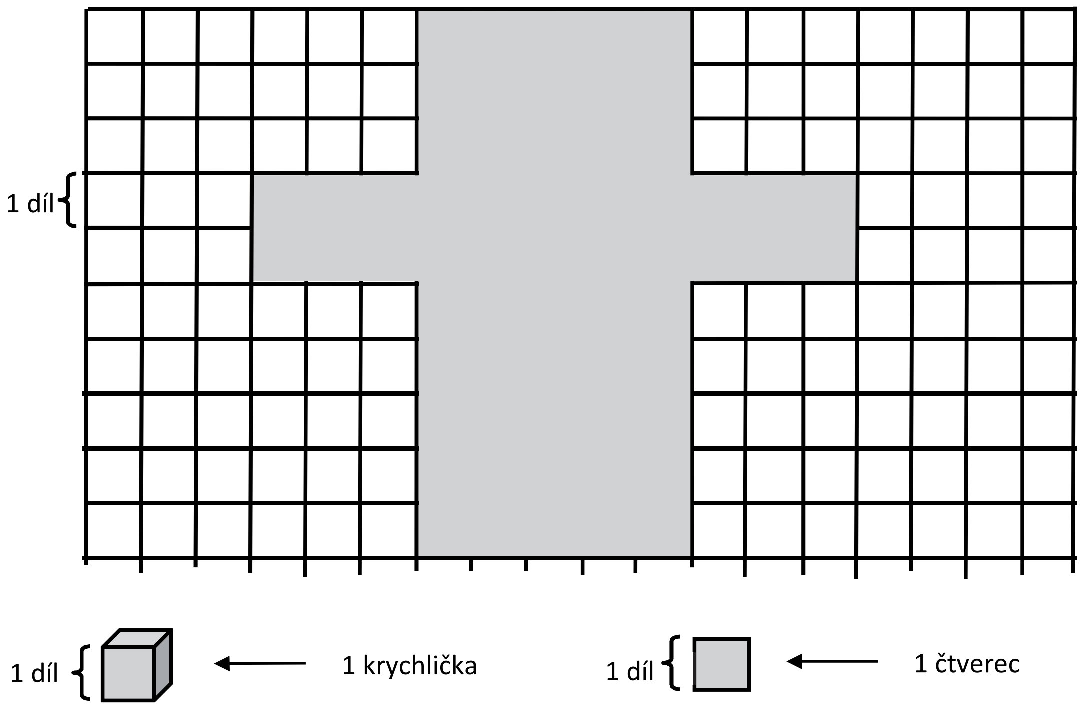
12.2 ______

12.3 ______

12.4 ______

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Ve čtvercové síti je zobrazena síť kvádru. Jednotkou délky je 1 díl, jednotkou obsahu je 1 čtverec a jednotkou objemu je 1 krychlička.



(CERMAT)

13 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (13.1–13.4), zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE):

		A	N
13.1	Nejmenší stěna kvádru má obsah 10 čtverců.	☐	☐
13.2	Největší stěna kvádru má obsah 15 čtverců.	☐	☐
13.3	Objem kvádru je 30 krychliček.	☐	☐
13.4	Ve složeném kvádru jsou čtyři hrany s délkou 3 díly.	☐	☐

VÝSLEDKY ÚLOH – Stereometrie

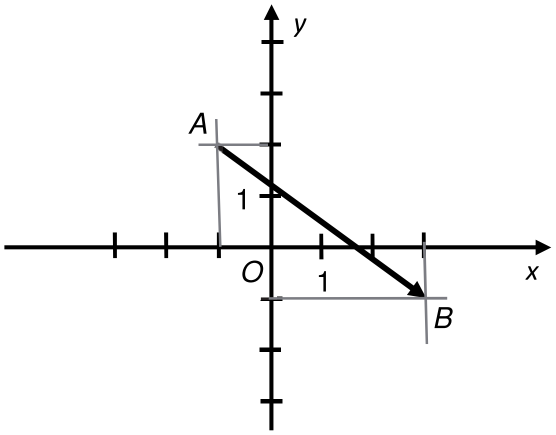
1	20 cm
2	$S = 576\ \text{cm}^2$
3	$r \doteq 6{,}2\ \text{cm}$
4	4 608 litrů
5	C
6	B
7	C
8	D
9	D
10	A
11	A, F, E, B
12	B, C, A, D
13	NE, ANO, ANO, ANO

Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání – CERMAT
Jankovcova 933/63, 170 00 Praha 7, tel.: +420 224 507 507
www.cermat.cz, www.novamaturita.cz

8. Analytická geometrie

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 1

V rovině je umístěn vektor $\overrightarrow{AB} = (4;\ -3)$.



(CERMAT)

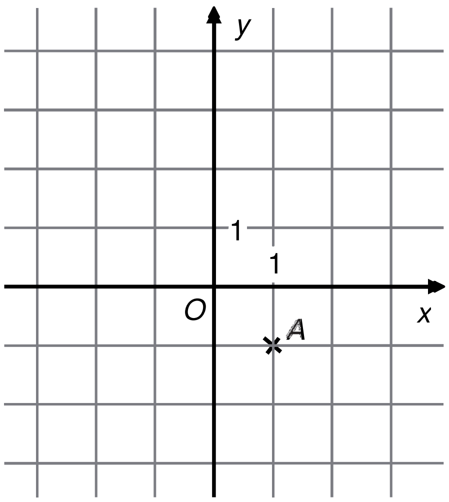
1

1.1 Určete velikost vektoru $\overrightarrow{AB}$.

1.2 Doplňte souřadnice libovolného vektoru $\vec{n} = (n_1, n_2)$, který je k vektoru $\overrightarrow{AB}$ kolmý a má dvojnásobnou velikost.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 2

V rovině je umístěn bod A. Dále platí $\overrightarrow{AB} = \vec{v} = (-3, 4)$.



(CERMAT)

2

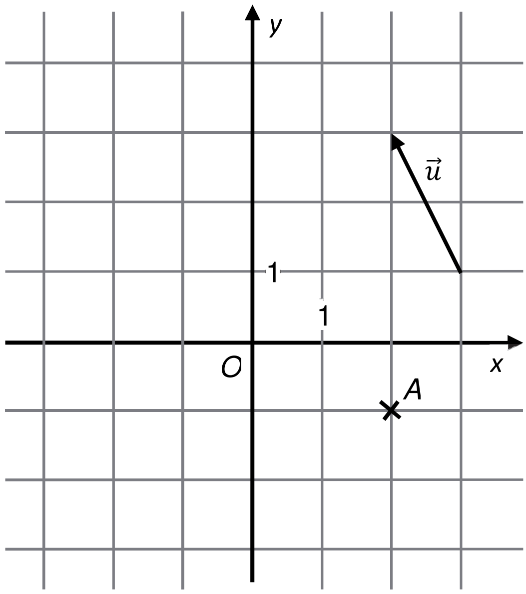
2.1 Zakreslete vektor $\vec{v}$.

2.2 Popište souřadnicemi koncový bod $B[x; y]$ orientované úsečky $\overrightarrow{AB}$

3 Body $A[-5; 2]$ a $B[0;\ -5]$ jsou sousedními vrcholy čtverce $ABCD$.

Vypočtěte obsah čtverce $ABCD$.

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 4



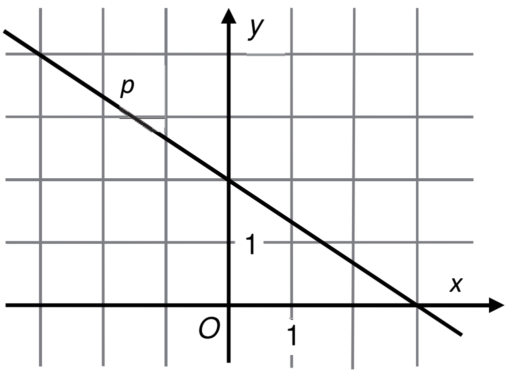
(CERMAT)

4 Přímka p je určena bodem A a směrovým vektorem $\vec{u}$.

4.1 V kartézské soustavě souřadnic Oxy sestrojte přímku p.

4.2 Napište souřadnice průsečíku $P[x; y]$ přímky p se souřadnicovou osou y.

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 5

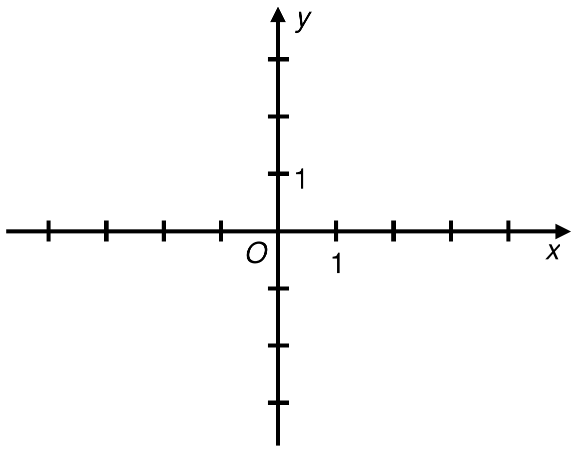


(CERMAT)

5 **Určete rovnici přímky p (směrnicový nebo obecný tvar) umístěné v kartézské soustavě souřadnic Oxy.**

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Přímka p je určena bodem $A[-2;\ -1]$ a **normálovým** vektorem $\vec{n} = (1;\ 2)$.



(CERMAT)

6

6.1 Zapište obecnou rovnici přímky p.

6.2 V kartézské soustavě souřadnic Oxy narýsujte přímku p.

---

7 Orientovaná úsečka s počátečním bodem $P[4;\ -1]$ je umístěním vektoru $\vec{v} = (2;\ -7)$.

Který z uvedených bodů je koncovým bodem této orientované úsečky?

A) $A[-2;\ -6]$

B) $B[-2; -8]$

C) $C[\ 2;\ 6]$

D) $D[6;\ -8]$

E) $E[6;\ -6]$

---

8 Přímka p procházející bodem $A[0; 2]$ má směrový vektor $\vec{u} = (1;\ -1)$.

Která rovnice určuje přímku p?

A) $x - y - 2 = 0$

B) $y - 2 = 0$

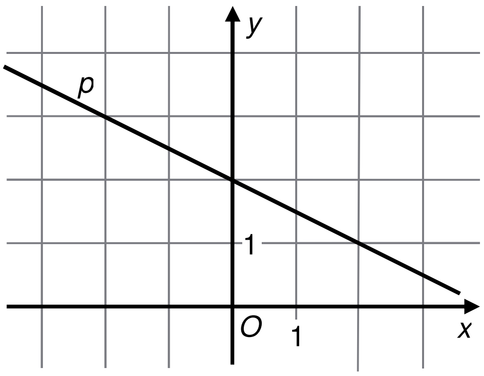
C) $2x - y = 0$

D) $x + y - 2 = 0$

E) $x - y + 2 = 0$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je umístěna přímka p.



(CERMAT)

9 **Která rovnice určuje přímku p?**

A) $2x - y + 2 = 0$

B) $x - 2y + 4 = 0$

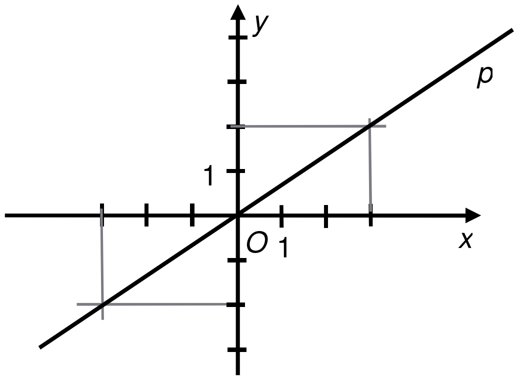
C) $x - 4y - 2 = 0$

D) $x + 2y - 4 = 0$

E) $2x + y - 2 = 0$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je sestrojena přímka p.



(CERMAT)

10 **Která z uvedených přímek a, b, c, d, e je kolmá k přímce p?**

A) $a\colon\ 2x - 3y + 7 = 0$

B) $b\colon\ 2x + 3y - 7 = 0$

C) $c\colon\ 2x - 3y - 7 = 0$

D) $d\colon\ 3x - 2y - 7 = 0$

E) $e\colon\ 3x + 2y + 7 = 0$

11 Trojúhelník ABC má vrcholy $A[0,1], B[3,-2], C[2,4]$.

Na které přímce leží výška v_c trojúhelníku ABC?

A) $p: x - y + 2 = 0$

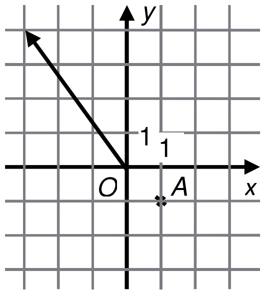
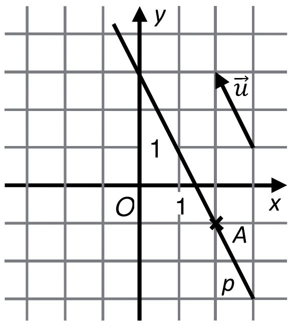
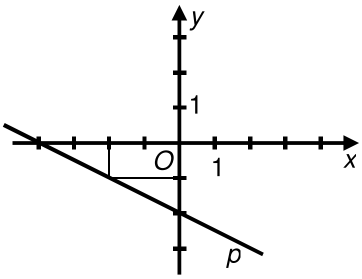
B) $p: 3x - y - 2 = 0$

C) $p: 3x + y - 10 = 0$

D) $p: x + y - 6 = 0$

E) $p: 2x - y = 0$

VÝSLEDKY ÚLOH – Analytická geometrie

1	$\vec{n} = (6;\ 8)$ nebo $\vec{n} = (-6; -8)$
2	2.1  2.2 $P[-2; 3]$
3	$S_{ABCD} = 74$
4	4.1  4.2 $P[0; 3]$
5	$p: 2x + 3y - 6 = 0$
6	6.1 $p: x + 2y + 4 = 0$ 6.2 
7	D
8	D
9	D
10	E
11	A

9. Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

V kódu je na prvním místě jedno z písmen A, B, C nebo D. Na dalších dvou pozicích je libovolné dvojciferné číslo od 11 do 45. (Existují např. kódy B22, A45 apod.)

(CERMAT)

1 Určete počet všech takto vytvořených kódů.

---

2 Určete neznámé číslo k, jestliže platí:

$100! = k \cdot 98!$

---

3 Určete neznámé číslo m, jestliže platí:

$m! \cdot 2^8 = 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 14 \cdot 16$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Cesta prochází několika křižovatkami. Na každé křižovatce je možné zahnout doleva (L), doprava (P), nebo pokračovat v přímém směru (S). Průjezd **dvěma** křižovatkami je možné zapsat dvojicí znaků, např. PP.

(CERMAT)

4 Kolika možnými způsoby lze projet dvěma křižovatkami?

A) 9

B) 8

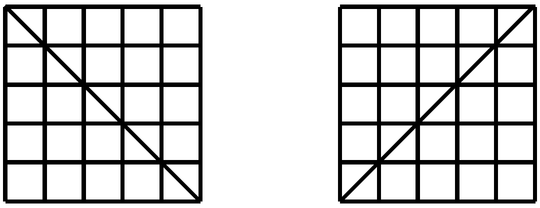
C) 6

D) 5

E) 4

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 5

Na šachovnici, která má 5 x 5 polí, je vyznačena hlavní a vedlejší diagonála.



(CERMAT)

5 Kolika způsoby je možné na polích šachovnice rozmístit tři stejné figury tak, aby byly všechny tři buď jen na hlavní, nebo jen na vedlejší diagonále?

A) 16

B) 20

C) 30

D) 32

E) 33

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Frontu na lístky tvoří čtyři dívky a šest chlapců.

(CERMAT)

6 Kolika různými způsoby se mohou osoby ve frontě seřadit?

A) $10!$

B) $4! + 6!$

C) $4 \cdot 6$

D) $4! \cdot 6!$

E) $(4 \cdot 6)!$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 7

Při zkoušce se zadávají tři otázky. První otázka se vybírá ze skupiny 10 otázek. Další dvě otázky se vybírají z jiné skupiny 20 otázek.

(CERMAT)

7 Kolik různých trojic otázek lze při zkoušce zadat?

A) 4 600

B) 4 000

C) 3 800

D) 1 900

E) jiný počet

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 8

Dětské soutěže se pravidelně účastní malí i velcí chlapci a malá i velká děvčata.

Pravděpodobnost, že zvítězí dívka, je 0,6. Pravděpodobnost, že zvítězí malá dívka, je 0,4. Malý chlapec zvítězí s pravděpodobností 0,3. Jen občas zvítězí velký chlapec.

(CERMAT)

8 Přiřaďte ke každé otázce (8.1–8.4) správnou odpověď (A–F).

8.1 Jaká je pravděpodobnost, že zvítězí chlapec (malý nebo velký)? ______

8.2 Jaká je pravděpodobnost, že zvítězí velká dívka? ______

8.3 Jaká je pravděpodobnost, že zvítězí malé dítě (chlapec nebo dívka)? ______

8.4 Jaká je pravděpodobnost, že **nezvítězí** malá dívka? ______

A) 0,2 B) 0,3 C) 0,4 D) 0,5 E) 0,6 F) 0,7

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 9

V osudí jsou 2 bílé a 3 černé koule. Koule se vytahují po jedné a do osudí se <u>ne</u>vracejí.

(CERMAT)

9 Přiřaďte ke každému jevu (9.1–9.3) pravděpodobnost (A–E), s níž může nastat.

9.1 První tažená koule bude bílá. ______

9.2 První dvě tažené koule budou černé. ______

9.3 V první tažené dvojici koulí budou zastoupeny obě barvy. ______

A) $\frac{2}{3}$

B) $\frac{2}{5}$

C) $\frac{9}{25}$

D) $\frac{3}{5}$

E) $\frac{3}{10}$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 10

Součet dvaceti položek je 6 000 korun. Po odebrání dvou položek v **celkové** hodnotě 960 korun se průměrná hodnota položky změní.

(CERMAT)

10 Vypočtěte, o kolik korun se změní průměrná hodnota.

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 11

V obchodním centru zákaznice testovaly tři druhy parfémů A, B, C. Svůj hlas mohly dát pouze jednomu z parfémů. Některé zákaznice se nedokázaly rozhodnout. Preference zákaznic jsou zaznamenány v tabulce.

	A	B	C	nerozhodnuté	Celkem
Četnost	40			20	200
Relativní četnost		20 %			

(CERMAT)

11 Vypočtěte, kolik zákaznic preferovalo vítězný parfém.

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOHÁM 12–13

Celkem 20 studentů psalo dva závěrečné testy A a B.
V tabulce jsou uvedeny výsledky testů, chybí pouze počet jedniček a dvojek v testu B.

	Známky				Počet žáků	Průměr	Medián	Modus
	1	2	3	4				
	Četnost známek							
Test A	3	8	9	0	20			
Test B			9	2	20			

(CERMAT)

12 Určete medián a modus známek z testu A.

13 V obou testech bylo dosaženo stejné průměrné známky.

Vypočtěte průměrnou známku z testu A a počet jedniček v testu B.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Divadlo nabízí pro každé představení celkem 220 vstupenek po 300 korunách a 80 vstupenek po 500 korunách. Během deseti představení bylo šestkrát zcela vyprodáno a čtyřikrát se neprodala právě polovina dražších lístků.

(CERMAT)

14 Jaká je průměrná tržba na jedno z deseti představení?

A) 98 000 Kč

B) 97 000 Kč

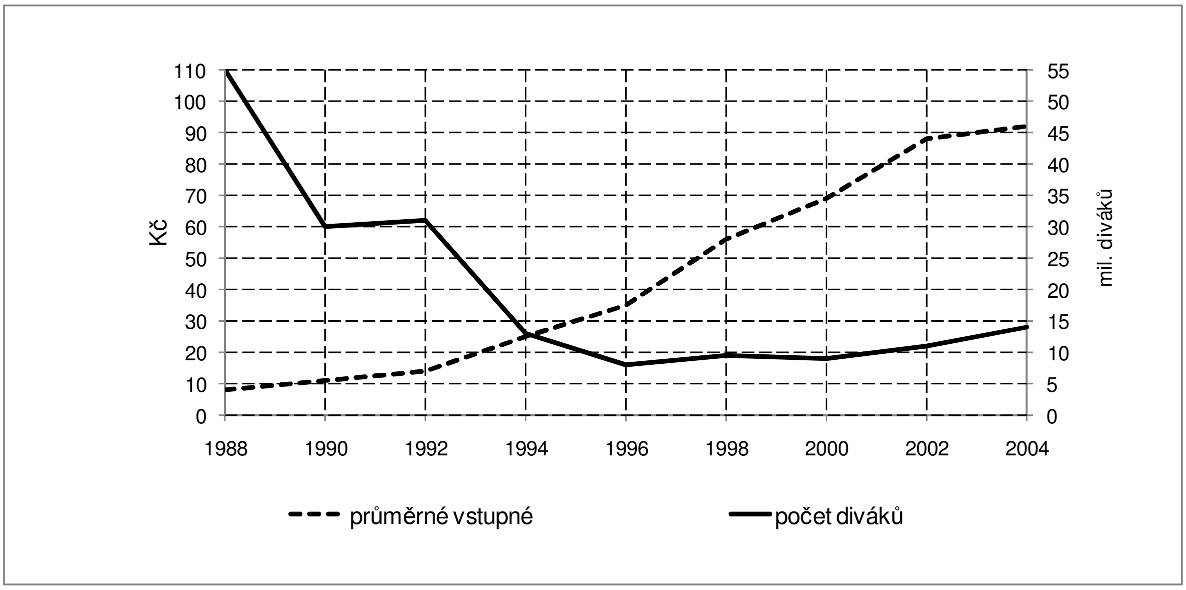
C) 96 000 Kč

D) 95 000 Kč

E) jiná tržba

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 15

V grafu jsou uvedeny průměrné počty filmových diváků v milionech (sledujte na ose vpravo) a průměrná výše vstupného do kina v době od r. 1988 do r. 2004 (sledujte na ose vlevo). Návštěvnost klesala, ale vstupné se průběžně zvyšovalo.



(CERMAT)

15 Průměrná roční tržba za vstupné do kina se od roku <u>1990</u> do roku <u>2000</u>:

A) v podstatě nezměnila.

B) zvýšila jen velmi mírně, nejvýše o 20 %.

C) zhruba zdvojnásobila.

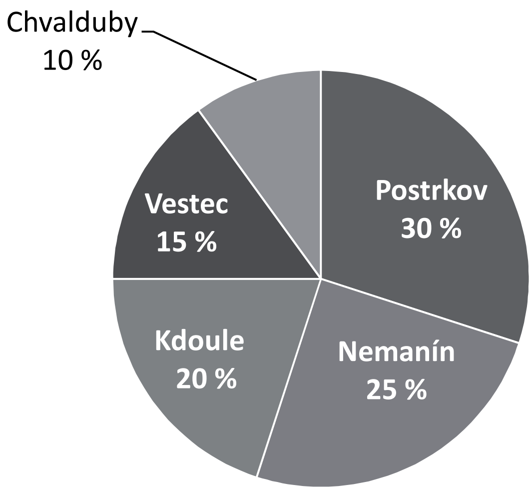
D) zvýšila téměř pětkrát.

E) zvedla více než o 500 %.

VÝCHOZÍ TEXT A DIAGRAM K ÚLOZE 16

Na druhý stupeň základní školy v Postrkově chodí místní pěšky, ale všech 56 žáků, kteří jsou z okolních obcí, dojíždí. V diagramu je uvedeno rozložení počtu žáků podle místa bydliště.

Počty žáků z jednotlivých obcí v procentech



(CERMAT)

16 Kolik žáků dojíždí z Nemanína?

A) 14 žáků

B) 18 žáků

C) 20 žáků

D) 24 žáků

E) jiný počet žáků

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 17

Každý z 20 hráčů prováděl tři trestné hody na koš a třikrát střílel po otočce.

V tabulce jsou hráči rozděleni podle úspěšnosti v obou střeleckých disciplínách. (Například čtyřem hráčům se podařilo proměnit jeden trestný hod a dva hody po otočce.)

Počet účastníků		Proměněné trestné hody			
		3	2	1	0
Proměněné hody po otočce	3	2		3	
	2		1	4	1
	1	2	1	5	
	0			1	

(CERMAT)

17 Přiřaďte ke každé otázce (17.1–17.4) odpovídající výsledek (A–F):

17.1 Kolik hráčů dalo stejný počet košů v obou disciplínách? ______

17.2 Kolik hráčů dalo celkem 4 koše? ______

17.3 Kolik hráčů udělalo alespoň 4 chyby? ______

17.4 Kolik hráčů bylo lepších při trestných hodech než ve střelbě po otočce? ______

A) 4

B) 5

C) 6

D) 7

E) 8

F) 9

VÝSLEDKY ÚLOH – Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika

1	$4 \cdot 35 = 140$
2	$k = 9\,900$
3	$m = 8$
4	A
5	B
6	A
7	D
8	C, A, F, E
9	B, E, D
10	klesne o 20 korun
11	100
12	medián 2; modus 3
13	průměrná známka 2,3; počet jedniček 7
14	A
15	C
16	C
17	E, C, D, A