

## Logické obvody - kombinační Booleova algebra, formy popisu Příklady návrhu



České vysoké učení technické Fakulta elektrotechnická

# Logický kombinační obvod

- Logický kombinační obvod (LKO) popsán logickou funkcí
- Vstupy a výstupy nabývají pouze hodnot 0 nebo 1



- Hodnoty všech **výstupních proměnných** jsou v **každém časovém okamžiku** určeny pouze hodnotami **vstupních proměnných** ve **stejném okamžiku** (LKO si nepamatuje své minulé stavy)

# Logický obvod

- Dvojkové (binární) signály – pouze 0 a 1
- Číslicový návrh
- Číslicové obvody – logické obvody
- Popis logického obvodu – Booleova algebra, logické funkce
- Návrh číslicového počítače – obecněji návrh číslicového systému –
  - návrh základních funkčních bloků
  - návrh komunikace mezi bloky
- Logické kombinační obvody (LKO)
- Logické sekvenční obvody (LSO)
- LKO vs LSO
  - LKO – okamžité výstupy funkcí pouze okamžitých vstupů
  - LSO – výstupy funkcí okamžitých vstupů a minulosti (vnitřní stavy)
- Práce s moderními CAD návrhovými systémy (laboratoř)

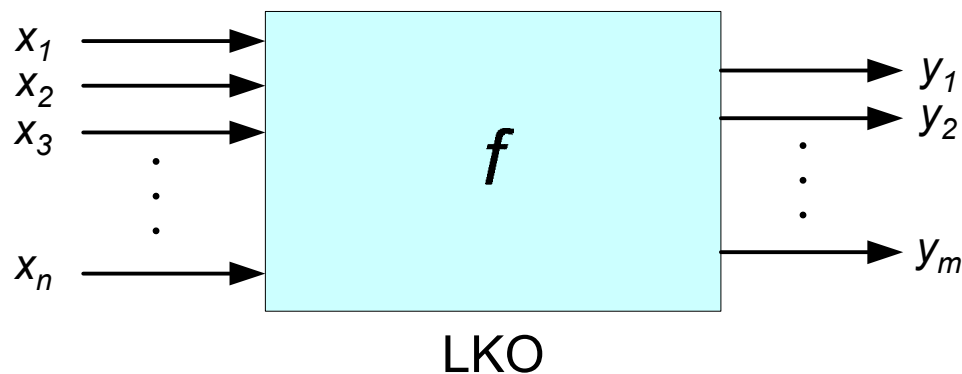
# Řešené problémy při návrhu

- Specifikace funkce – co chceme realizovat
- Hlavně aby to fungovalo podle zadání
- Optimalizace návrhu z různých hledisek
  - Velikost
  - Rychlost
  - Příkon
  - Pracovní podmínky (teplota, vibrace, ... )
  - Spolehlivost
  - Cena včetně návrhových prostředků
  - Rychlost návrhu
- Testovatelnost (DfT – design for testability)

# Logická kombinační funkce

- Kombinační funkce:

$$y_k = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n), \quad k = 1, 2, \dots, m$$



# Fáze návrhu číslicového systému

- Specifikace
- Určení vstupů a výstupů
- Pravdivostní tabulky
- Booleovské rovnice
- Minimalizace
- Návrh realizace na úrovni hradel

HDL - Hardware Description Language  
VHDL, Verilog

Schema na  
úrovni hradel

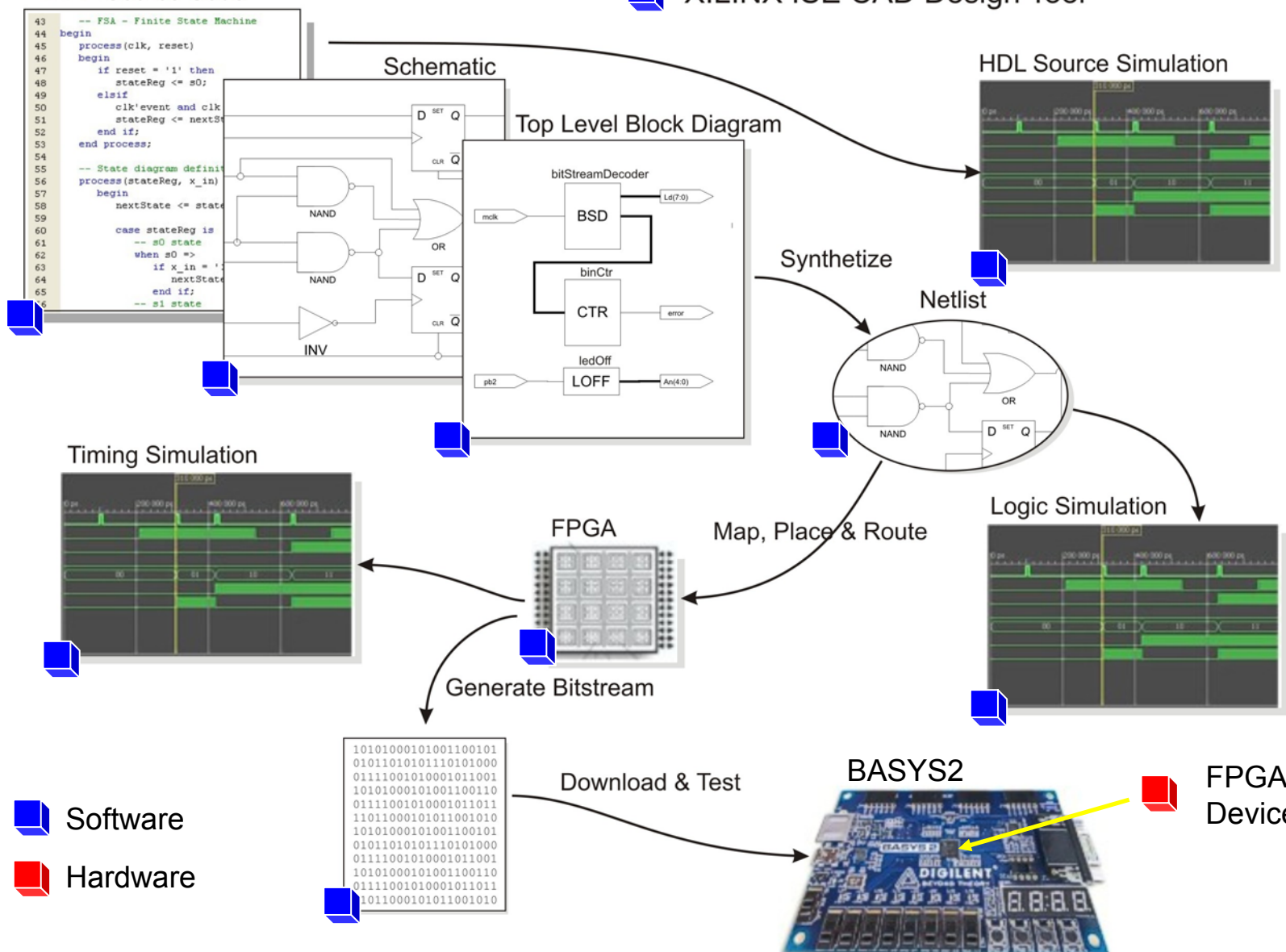
Hardware  
Description  
Language

Syntéza

- Logická simulace na úrovni hradel

Generování  
programového  
souboru

- Realizace číslicového obvodu
- Ověření návrhu



# Booleova algebra

- **Booleova algebra** – konečná množina prvků obsahující:
  - logické proměnné  $a, b, c, \dots$
  - dvě binární operace  $\text{AND } (.)$ ,  $\text{OR } (+)$  (logický součin a logický součet)
  - unární operaci negace  $\text{NOT } (-)$  \ konjunkce \ disjunkce
  - dva logické stavy  $0, 1$  (logické konstanty)

- **Axiomy:**

$$1 \cdot 1 = 1$$

$$0 + 0 = 0$$

$$1 \cdot 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$0 \cdot 1 = 0$$

$$1 + 0 = 1$$

$$0 \cdot 0 = 0$$

$$1 + 1 = 1$$

$$\overline{1} = 0$$

$$\overline{0} = 1$$

- (Axiom – tvrzení, které se nedokazuje, pokládá se za platné)



# Booleova algebra

- Zákony:

1.	$a + b = b + a$	$a . b = b . a$	Komutativní
2.	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a . b) . c = a . (b . c)$	Asociativní
3.	$a . (b + c) = a . b + a . c$	$a + (b . c) = (a + b)(a + c)$	Distributivní
4.	$a + a = a$	$a . a = a$	Idempotentnost
5.	$a + \bar{a} = 1$	$a . \bar{a} = 0$	Komplementarita
6.	$1 + a = 1$	$0 . a = 0$	Agresivnost
7.	$0 + a = a$	$1 . a = a$	Neutrálnost
8.	$a + (a . b) = a$	$a . (a + b) = a$	Absorbce
9.	$a + \bar{a} . b = a + b$	$a . (\bar{a} + b) = a . b$	Absorbce negace
10.	$\overline{\overline{a}} = a$		Involuce

# Booleova algebra

- **Zákony:**

11.	$\overline{a+b} = \bar{a}.\bar{b}$	$\overline{a.b} = \bar{a}+\bar{b}$	de Morganův
12.	$\left\{ \begin{array}{l} a.b + \bar{a}.c + b.c = a.b + \bar{a}.c \\ (a+b).(\bar{a}+c).(b+c) = (a+b).(\bar{a}+c) \end{array} \right.$		Absorbce consensu
13.	$\left\{ \begin{array}{l} f(a,b,c, \dots) = a.f(1,b,c,\dots) + \bar{a}.f(0,b,c,\dots) \\ \text{a důsledek:} \\ f(a,b,c, \dots) = a.f(b,c,\dots) + \bar{a}.f(b,c,\dots) \end{array} \right.$		Shannonův o dekompozici

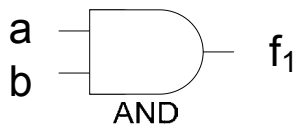
Každou logickou funkci lze zapsat pomocí logického součinu, součtu a negace

- **Princip duality:**

- Každé rovnosti výrazů odpovídá rovnost duálních výrazů dle transformace:

14.	$\left\{ \begin{array}{ll} 0 \rightarrow 1 & + \rightarrow . \quad (\text{OR} \rightarrow \text{AND}) \\ 1 \rightarrow 0 & . \rightarrow + \quad (\text{AND} \rightarrow \text{OR}) \end{array} \right.$
-----	--

# Funkce hradel



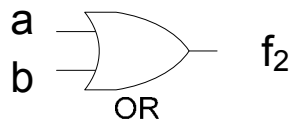
AND

$a$	$b$	$f_1$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$f_1 = a \text{ AND } b$$

*zapisujeme :*

$$f_1 = a \cdot b$$



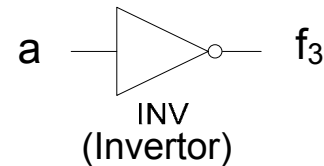
OR

$a$	$b$	$f_2$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$$f_2 = a \text{ OR } b$$

*zapisujeme :*

$$f_2 = a + b$$



NOT

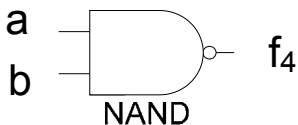
$a$	$f_3$
0	1
1	0

$$f_3 = \text{NOT } a$$

*zapisujeme :*

$$f_3 = \bar{a}$$

# Funkce hradel



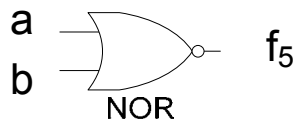
NAND

a	b	f <sub>4</sub>
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$f_4 = a \text{ NAND } b$$

zapisujeme :

$$f_4 = \overline{a \cdot b}$$



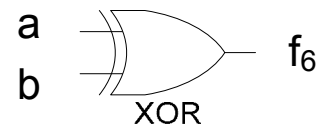
NOR

a	b	f <sub>5</sub>
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

$$f_5 = a \text{ NOR } b$$

zapisujeme :

$$f_5 = \overline{a + b}$$



XOR

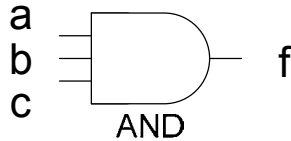
a	b	f <sub>6</sub>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$f_6 = a \text{ XOR } b$$

zapisujeme :

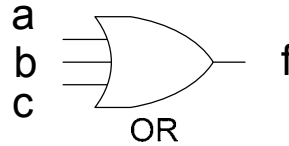
$$f_6 = a \oplus b$$

# Funkce hradel (vicevstupové členy)



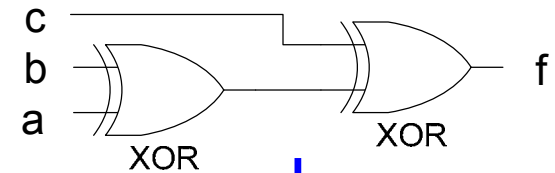
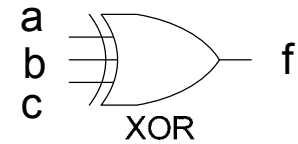
AND

D	c	b	a	f
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	0
4	1	0	0	0
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1



OR

D	c	b	a	f
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1



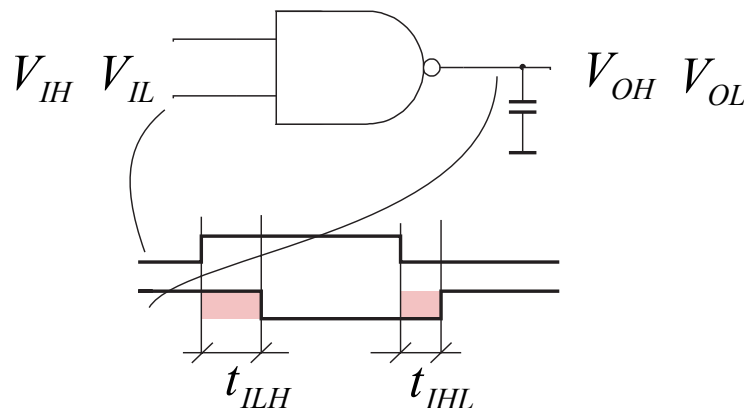
XOR

D	c	b	a	f
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

Lichý počet "1"  
(Lichá parita)

# Obecné kombinační hradlo, zpoždění

- **Kombinační hradlo** je určeno:
  - **Funkčním chováním**
    - Pravdivostní tabulka
    - Logická rovnice
  - **Zatížením** vstupů a výstupů
  - **Zpožděním** signálu ze vstupu na výstup pro změnu 0 na 1 a 1 na 0 (Propagation Delay)
  - **Úrovněmi logické 0 a 1** na vstupu a výstupu
  - **Spotřebou**
  - Nejrychlejší a nejmenší hradla (z nejméně transistorů) jsou: invertor (NOT)(v CMOS 2 transistory), NAND a NOR (4), AND a OR (6)



# Index, minterm, Maxterm

Pravdivostní tabulka

$D$	$c, b, a$	$f(c, b, a)$	minterm ( $m$ )	Maxterm ( $M$ )
0	0 0 0	0	$\bar{c}.\bar{b}.\bar{a}$	$c+b+a$
1	0 0 1	1	$\bar{c}.\bar{b}.a$	$c+b+\bar{a}$
2	0 1 0	1	$\bar{c}.b.\bar{a}$	$c+\bar{b}+a$
3	0 1 1	1	$\bar{c}.b.a$	$c+\bar{b}+\bar{a}$
4	1 0 0	0	$c.\bar{b}.\bar{a}$	$\bar{c}+b+a$
5	1 0 1	0	$c.\bar{b}.a$	$\bar{c}+b+\bar{a}$
6	1 1 0	1	$c.b.\bar{a}$	$\bar{c}+\bar{b}+a$
7	1 1 1	0	$c.b.a$	$\bar{c}+\bar{b}+\bar{a}$

Index  
 Nezávisle proměnné  
 Funkční hodnoty  
 mintermy  
 Maxtermy

$$D = \sum_{i=0}^n d_i 2^i = \dots d_2 2^2 + d_1 2^1 + d_0 2^0 = \dots d_2 4 + d_1 2 + d_0 1$$

# SoP (ÚNDF), PoS (ÚNKF)

ÚNDF – Úplná normální disjunktivní forma (SoP – Sum of Products)

$$f = \sum_i m_{i(1)} = \sum m(1, 2, 3, 6)$$
$$f(c, b, a) = \bar{c} \cdot \bar{b} \cdot a + \bar{c} \cdot b \cdot \bar{a} + \bar{c} \cdot b \cdot a + c \cdot b \cdot \bar{a}$$

ÚNKF – Úplná normální konjunktivní forma (PoS – Product of Sums)

$$f = \prod_j M_{j(0)} = \prod M(0, 4, 5, 7)$$
$$f(c, b, a) = (c + b + a) \cdot (\bar{c} + b + a) \cdot (\bar{c} + b + \bar{a}) \cdot (\bar{c} + \bar{b} + \bar{a})$$



# Minimalizace logických funkcí

Minimalizujte funkci  $f(x_2, x_1, x_0)$  zadanou pravdivostní tabulkou:

D	$x_2$	$x_1$	$x_0$	f
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

$$f = \sum_{m(0,1,3,4,7)} = \text{SoP} = \text{Sum of Products} = \text{ÚNDF}$$

$$f = \sum_{m(0,1,3,4,7)} = \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 + \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0 + \bar{x}_2 x_1 \bar{x}_0 + \bar{x}_2 x_1 x_0 + x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0$$

$$f = \prod_{M(2,5,6)} = \text{PoS} = \text{Product of Sums} = \text{ÚNKF}$$

$$f = \prod_{M(2,5,6)} = (x_2 + \bar{x}_1 + x_0)(\bar{x}_2 + x_1 + \bar{x}_0)(\bar{x}_2 + x_1 + \bar{x}_0)$$

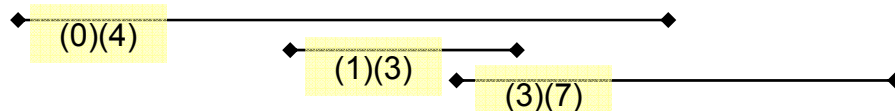
# Minimalizace logických funkcí

## 1) Minimalizace úpravou logické funkce:

$( ) = m( ) = \text{minterm}( )$

D	$x_2$	$x_1$	$x_0$	f
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

$$f_1 = \overline{x_2} \overline{x_1} \overline{x_0} + \overline{x_2} \overline{x_1} x_0 + \overline{x_2} x_1 \overline{x_0} + \overline{x_2} x_1 x_0 + x_2 \overline{x_1} \overline{x_0} + x_2 \overline{x_1} x_0 =$$



$$= \overline{x_2} \overline{x_1} \overline{x_0} + \overline{x_2} \overline{x_1} x_0 + \overline{x_2} x_1 \overline{x_0} + \overline{x_2} x_1 x_0 + x_2 \overline{x_1} \overline{x_0} + x_2 \overline{x_1} x_0 =$$

$$\bullet \quad \overline{x_2} \overline{x_1} \overline{x_0} + \overline{x_2} \overline{x_1} x_0 = \overline{x_2} \overline{x_1} (\overline{x_0} + x_0) = \overline{x_2} \overline{x_1} \quad \bullet$$

$$a + a = a$$

$$= \overline{x_2} \overline{x_1} \overline{x_0} + \overline{x_2} \overline{x_1} x_0 + \overline{x_2} x_1 \overline{x_0} + \overline{x_2} x_1 x_0 + x_2 \overline{x_1} \overline{x_0} + x_2 \overline{x_1} x_0 =$$

$$= \overline{x_2} \overline{x_1} (\overline{x_0} + x_0) + \overline{x_2} x_1 (\overline{x_0} + x_0) + x_2 \overline{x_1} (\overline{x_0} + x_0) =$$

$$= \overline{x_2} \overline{x_1} + \overline{x_2} x_1 + x_2 \overline{x_1}$$



1. řešení

$$f_1 = \overline{x_2} \overline{x_1} + \overline{x_2} x_1 + x_2 \overline{x_1}$$

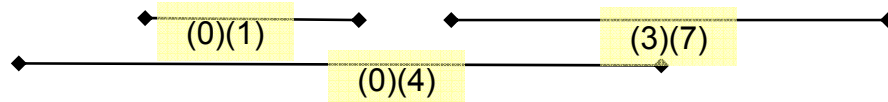
# Minimalizace logických funkcí

## 1) Minimalizace úpravou logické funkce (pokrač.):

$( ) = m( ) = \text{minterm}( )$

D	$x_2$	$x_1$	$x_0$	f
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

$$f_2 = \overline{x_2} \overline{x_1} \overline{x_0} + \overline{x_2} \overline{x_1} x_0 + \overline{x_2} x_1 \overline{x_0} + \overline{x_2} x_1 x_0 + x_2 \overline{x_1} \overline{x_0} =$$



$$= \overline{x_2} \overline{x_1} \overline{x_0} + \overline{x_2} \overline{x_1} x_0 + \overline{x_2} x_1 \overline{x_0} + \overline{x_2} x_1 x_0 + x_2 \overline{x_1} \overline{x_0} + x_2 \overline{x_1} x_0 =$$

$$\bullet \text{---} \overline{x_2} \overline{x_1} \overline{x_0} + \overline{x_2} \overline{x_1} x_0 \text{---} \bullet$$

$a + a = a$

$$= \overline{x_1} \overline{x_0} (\overline{x_2} + x_2) + \overline{x_2} x_1 (\overline{x_0} + x_0) + x_1 x_0 (\overline{x_2} + x_2) =$$

$$= \overline{x_1} \overline{x_0} + \overline{x_2} x_1 + x_1 x_0$$



2. řešení

$$f_2 = \overline{x_1} \overline{x_0} + \overline{x_2} x_1 + x_1 x_0$$

# Minimalizace logických funkcí

## 1) Minimalizace úpravou logické funkce (pokrač.):

Dvě řešení:

1. řešení

$$f_1 = \underline{\bar{x}_1 \bar{x}_0} + \bar{x}_2 \bar{x}_0 + \underline{x_1 x_0}$$

2. řešení

$$f_2 = \underline{\bar{x}_1 \bar{x}_0} + \bar{x}_2 \bar{x}_1 + \underline{x_1 x_0}$$

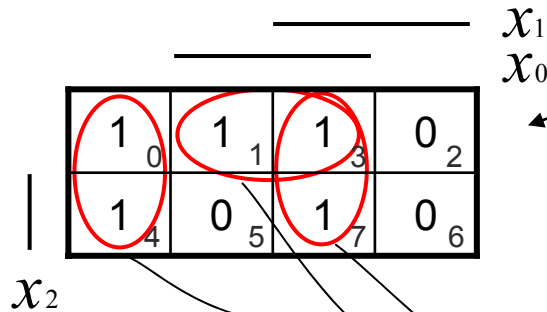
 Podstatné implikanty – žádný nelze vypustit z řešení

# Minimalizace logických funkcí

## 2) Minimalizace z K-mapy (Karnaughova mapa):

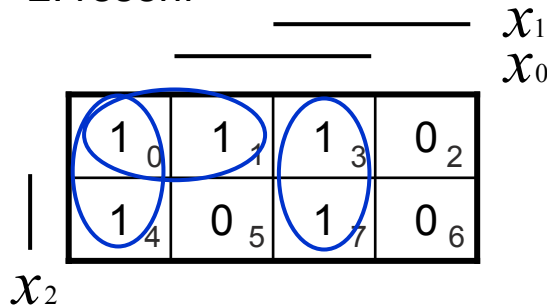
$$f = \sum m(0,1,3,4,7)$$

1. řešení



$$f_1 = \overline{x_1} \overline{x_0} + \overline{x_2} x_0 + x_1 x_0$$

2. řešení



$$f_2 = \overline{x_1} \overline{x_0} + \overline{x_2} x_1 + x_1 x_0$$

D	$x_2$	$x_1$	$x_0$	f
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

Porovnej s řešením dle 1)

# Minimalizace logických funkcí

3) Minimalizace spojováním termů (Quine-McCluskey):  
(Vhodná metoda pro počítačové zpracování)

$$f = \sum m(0,1,3,4,7)$$

$$(\dots) a + (\dots) \bar{a} = (\dots) (a + \bar{a}) = (\dots)$$

Tabulka spojování mintermů

m	Krok 1	m	Krok 2	m	Krok 3,...
(0)	0 0 0 ✓	(0,1)	0 0 –	-	-
(1)	0 0 1 ✓	(0,4)	– 0 0	-	-
(4)	1 0 0 ✓	(1,3)	0 – 1	-	-
(3)	0 1 1 ✓	(3,7)	– 1 1	-	-
(7)	1 1 1 ✓	-	-	-	-

Pokrytí mintermů

Označené řádky byly spojeny a spojený term převeden do dalšího kroku

D	x <sub>2</sub>	x <sub>1</sub>	x <sub>0</sub>	f
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

# Minimalizace logických funkcí

## 3) Minimalizace spojováním termů (pokrač.):

Tabulka spojování mintermů

m	Krok 1	m	Krok 2	m	Krok 3,...
(0)	0 0 0 ✓	(0,1)	0 0 –	-	-
(1)	0 0 1 ✓	(0,4)	– 0 0	-	-
(4)	1 0 0 ✓	(1,3)	0 – 1	-	-
(3)	0 1 1 ✓	(3,7)	– 1 1	-	-
(7)	1 1 1 ✓	-	-	-	-

Tabulka pokrytí

Implikanty / m	0	1	3	4	7
0 0 –	✓	✓			
– 0 0	✓			✓	
0 – 1		✓	✓		
– 1 1			✓		✓

D	$x_2$	$x_1$	$x_0$	f
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

# Minimalizace logických funkcí

## 3) Minimalizace spojováním termů (pokrač.):

Vyhodnocení tabulky pokrytí

Implikanty / m		0	1	3	4	7
– A	0 0 –	✓	✓		↓	↓
● ●	– 0 0	✓			✓	
B –	0 – 1		✓	✓		
● ●	– 1 1			✓		✓
		✓	A	✓	●	●
		✓	B	✓	●	●

D	x <sub>2</sub>	x <sub>1</sub>	x <sub>0</sub>	f
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

→ 2. řešení

→ 1. řešení

● Podstatné implikanty – žádný nelze vypustit z řešení

$$f_1 = \bar{x}_1 \bar{x}_0 + \bar{x}_2 \bar{x}_0 + x_1 x_0$$

1. řešení

$$f_2 = \bar{x}_1 \bar{x}_0 + \bar{x}_2 \bar{x}_1 + x_1 x_0$$

2. řešení

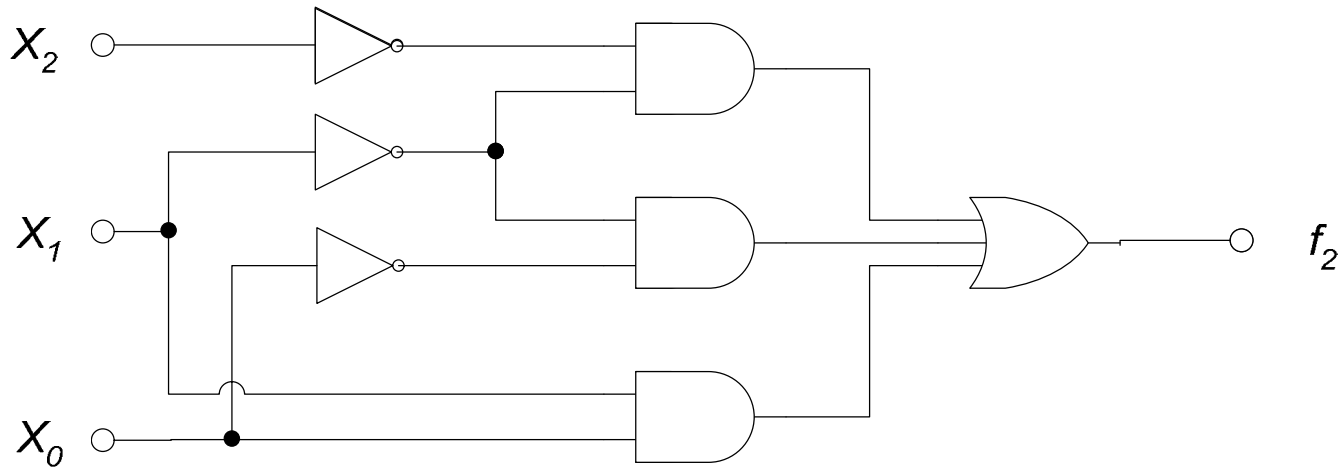
Porovnej s řešením  
dle 1) a 2)



# Realizace logické funkce

$$f_2 = \bar{x}_1 \bar{x}_0 + \bar{x}_2 x_1 + x_1 x_0$$

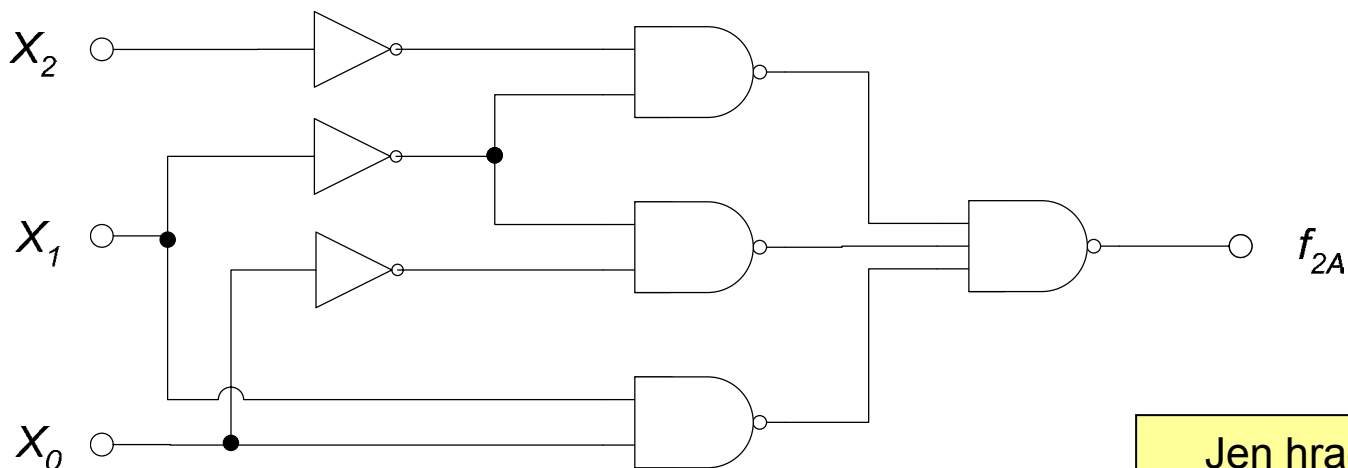
D	$x_2$	$x_1$	$x_0$	f
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1



# Realizace logické funkce

$$f_{2A} = f_2 = \overline{\overline{x_1} \overline{x_0} + \overline{x_2} \overline{x_1} + \overline{x_1} \overline{x_0}} = \overline{\overline{x_2} \overline{x_1} \overline{x_1} \overline{x_0} \overline{x_1} \overline{x_0}}$$

D	$x_2$	$x_1$	$x_0$	f
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

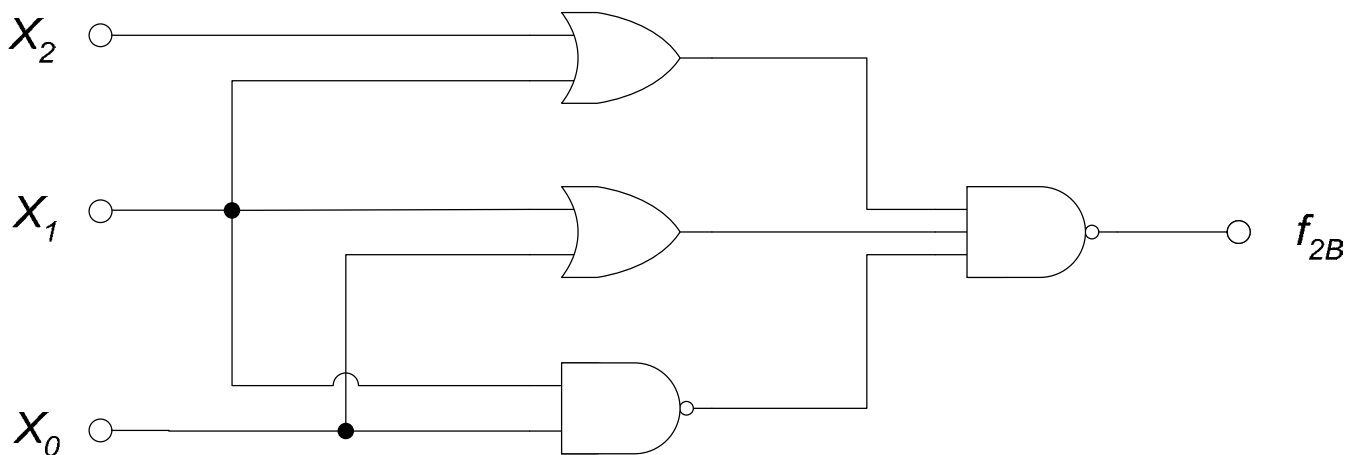


Jen hradla NAND

# Realizace logické funkce

$$\begin{aligned} f_{2B} &= \overline{\overline{x_1 x_0 + x_2 x_1 + x_1 x_0}} = \overline{\overline{x_2 x_1} \overline{x_1 x_0} \overline{x_1 x_0}} = \\ &= \overline{(x_2 + x_1)(x_1 + x_0) x_1 x_0} \end{aligned}$$

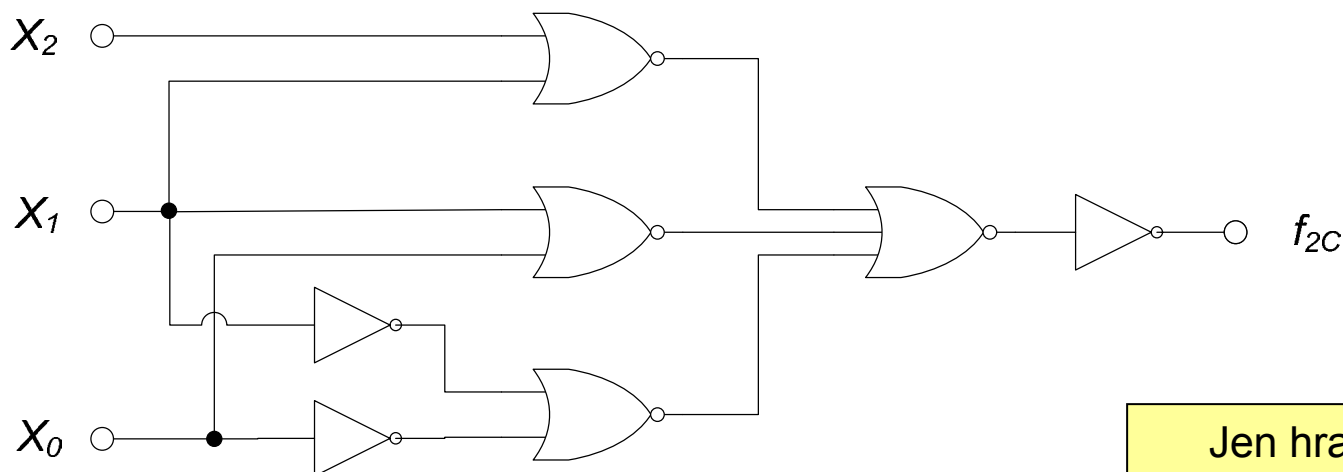
D	$x_2$	$x_1$	$x_0$	f
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1



# Realizace logické funkce

$$\begin{aligned}
 f_{2C} &= \overline{\overline{(x_2 + x_1)}(x_1 + x_0)x_1x_0} = \\
 &= \overline{(x_2 + x_1)} + \overline{(x_1 + x_0)} + \overline{\overline{x_1x_0}} = \\
 &= \overline{(x_2 + x_1)} + \overline{(x_1 + x_0)} + \overline{\overline{x_1 + x_0}}
 \end{aligned}$$

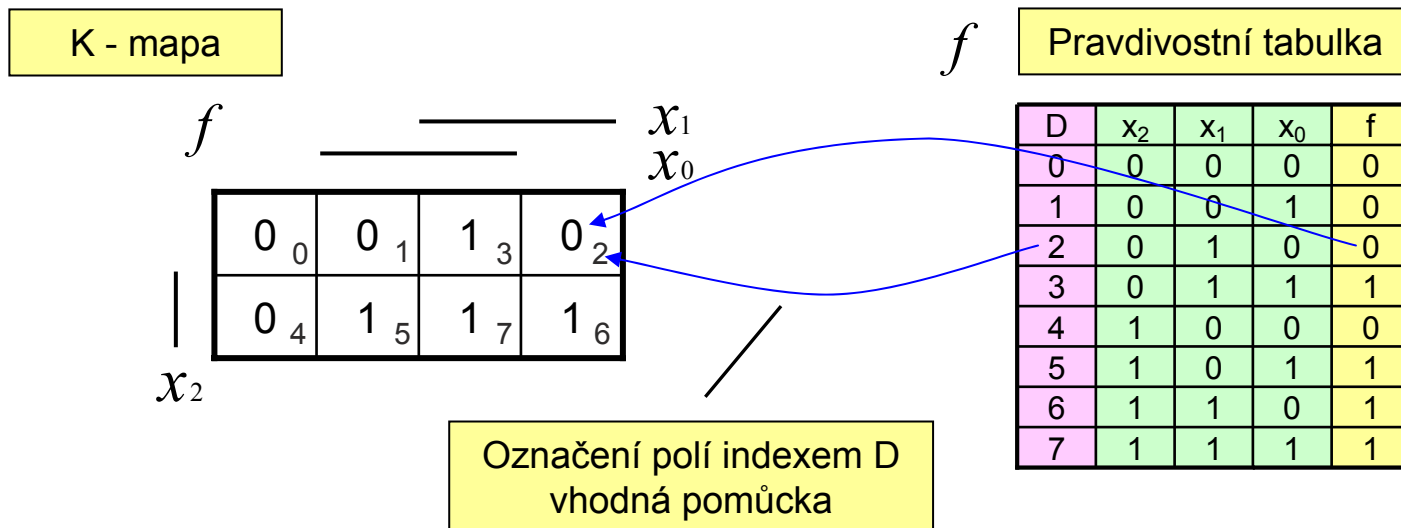
D	$x_2$	$x_1$	$x_0$	f
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1



Jen hradla NOR

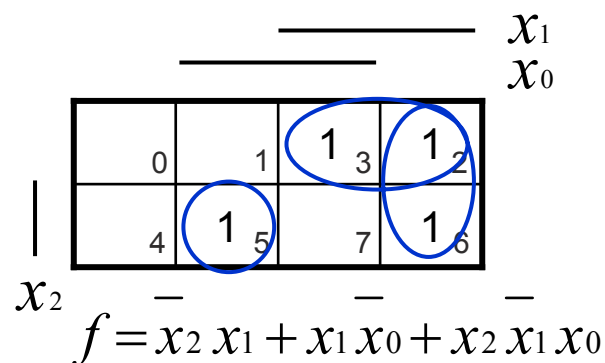
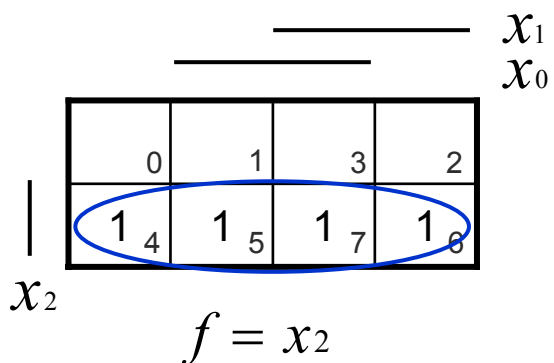
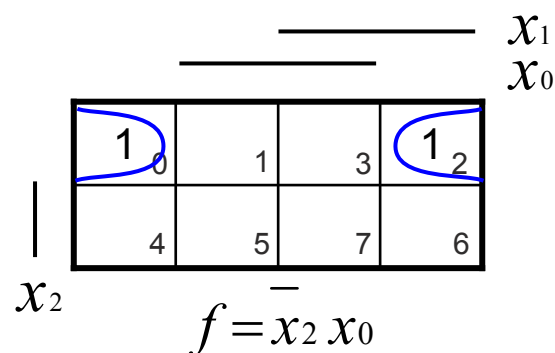
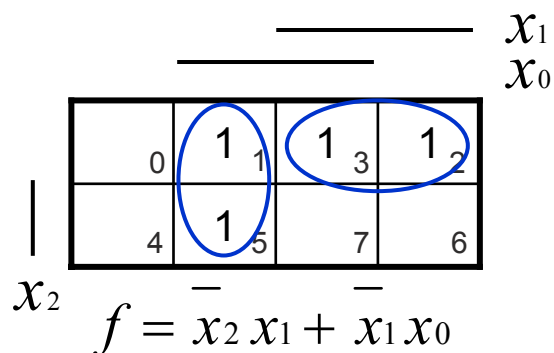
# K–mapa (Karnaughova mapa)

- K–mapa – forma pravdivostní tabulky
- Používá se pro rychlou grafickou minimalizaci logických funkcí
- V sousedících polích K–mapy se mění pouze jedna vstupní proměnná
- Čára nad příslušným polem značí, že proměnná má hodnotu "1"
- Očíslování polí K–mapy je vhodná pomůcka pro rychlý přenos hodnot logické funkce z běžné pravdivostní tabulky do K–mapy
- K–mapa je použitelná pro 2 – 5 (6) vstupních proměnných

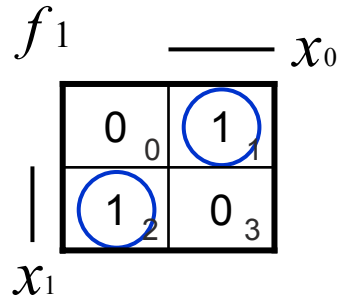


# K–mapa, postup minimalizace

- V K–mapě označíme 2<sup>n</sup>tice sousedících hodnot 1
- Volíme co největší oblasti a co nejmeně oblastí
- Vstupní proměnné, které se mění v označené oblasti vyloučíme
- Z proměnných, které se nemění v označené oblasti, zapíšeme minimalizovanou funkci ve tvaru SoP  $f(x_0, x_1, \dots) = \sum m(\dots, \dots, \dots)$



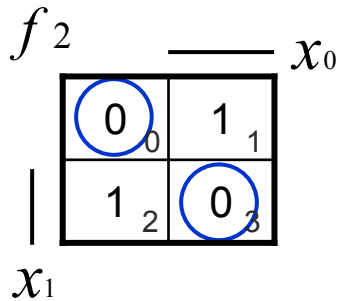
# K–mapa



$$f_1 = \sum m(1,2) = \bar{x}_1 x_0 + x_1 \bar{x}_0$$

XOR

D	a	b	f
0	0	0	0
1	0	1	1
2	1	0	1
3	1	1	0



$$f_2 = \sum M(0,3) = (x_1 + x_0)(\bar{x}_1 + \bar{x}_0) =$$

$$= \bar{x}_1 \bar{x}_1 + \bar{x}_1 x_0 + x_1 \bar{x}_0 + x_0 x_0 = \bar{x}_1 x_0 + x_1 \bar{x}_0$$

# K–mapa

$f_3$   $\overline{x_0}$

$x_1$	1 <sub>0</sub>	0 <sub>1</sub>
	0 <sub>2</sub>	1 <sub>3</sub>

$$f_3 = \overline{f_1} = \sum m(0,3) = \overline{x_1} \overline{x_0} + x_1 x_0$$

XOR

D	a	b	f
0	0	0	0
1	0	1	1
2	1	0	1
3	1	1	0

$$f_1 = \overline{f_3} = \overline{x_1 x_0 + x_1 x_0} = \overline{x_1 x_0} \overline{x_1 x_0} = (\overline{x_1} + \overline{x_0})(\overline{x_1} + \overline{x_0}) =$$

$$= \overline{x_1} \overline{x_1} + \overline{x_1} \overline{x_0} + \overline{x_1} x_0 + \overline{x_0} \overline{x_0} = \overline{x_1} x_0 + x_1 \overline{x_0}$$

$f_4$   $\overline{x_0}$

$x_1$	1 <sub>0</sub>	0 <sub>1</sub>
	0 <sub>2</sub>	1 <sub>3</sub>

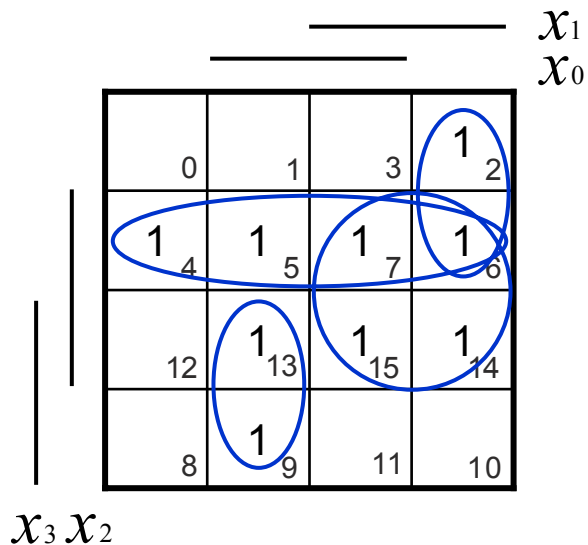
$$f_4 = \overline{f_3} = \sum M(1,2) = (\overline{x_1} + x_0)(x_1 + \overline{x_0})$$

$$f_3 = \overline{f_4} = \overline{(\overline{x_1} + x_0)(x_1 + \overline{x_0})} =$$

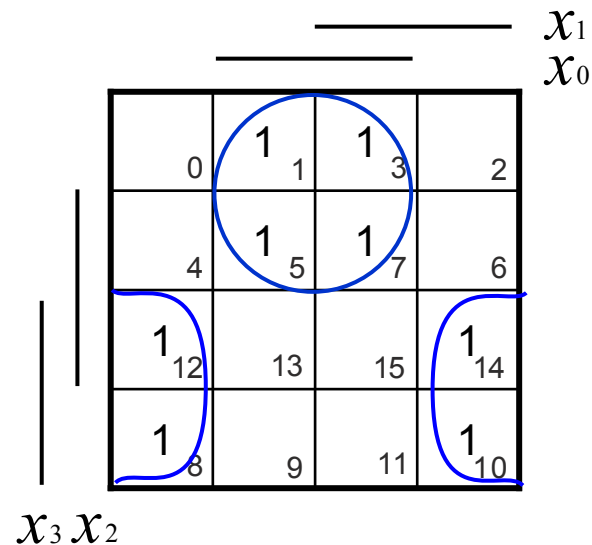
$$= \overline{(\overline{x_1} + x_0)} + \overline{(x_1 + \overline{x_0})} = \overline{x_1} x_0 + x_1 \overline{x_0}$$



# K–mapa, postup minimalizace

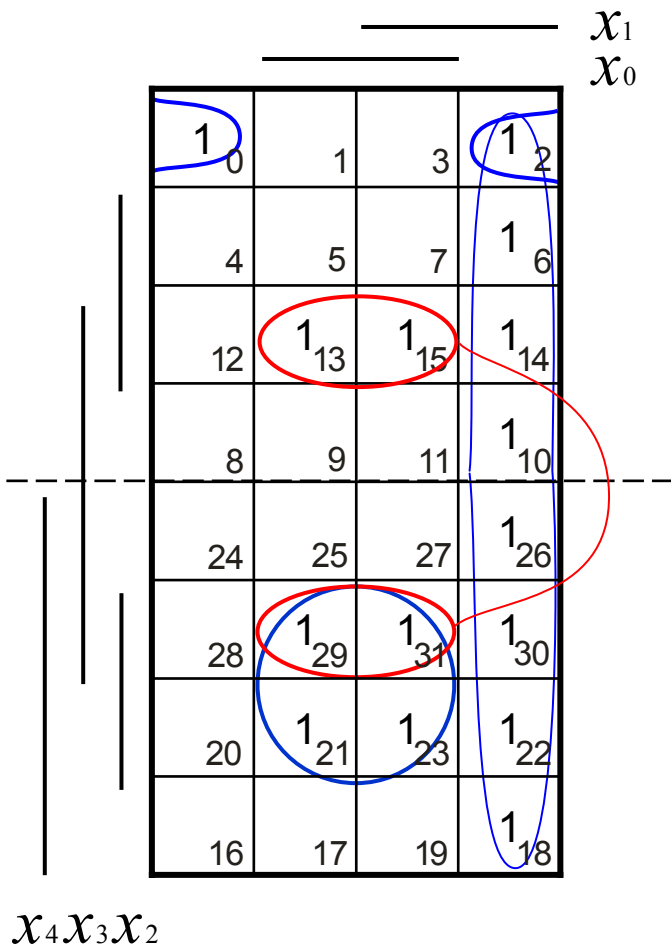


$$f = \bar{x}_3 \bar{x}_1 \bar{x}_0 + \bar{x}_3 \bar{x}_2 + x_2 x_1 + \bar{x}_3 x_1 \bar{x}_0$$



$$f = \bar{x}_3 \bar{x}_0 + x_3 \bar{x}_0$$

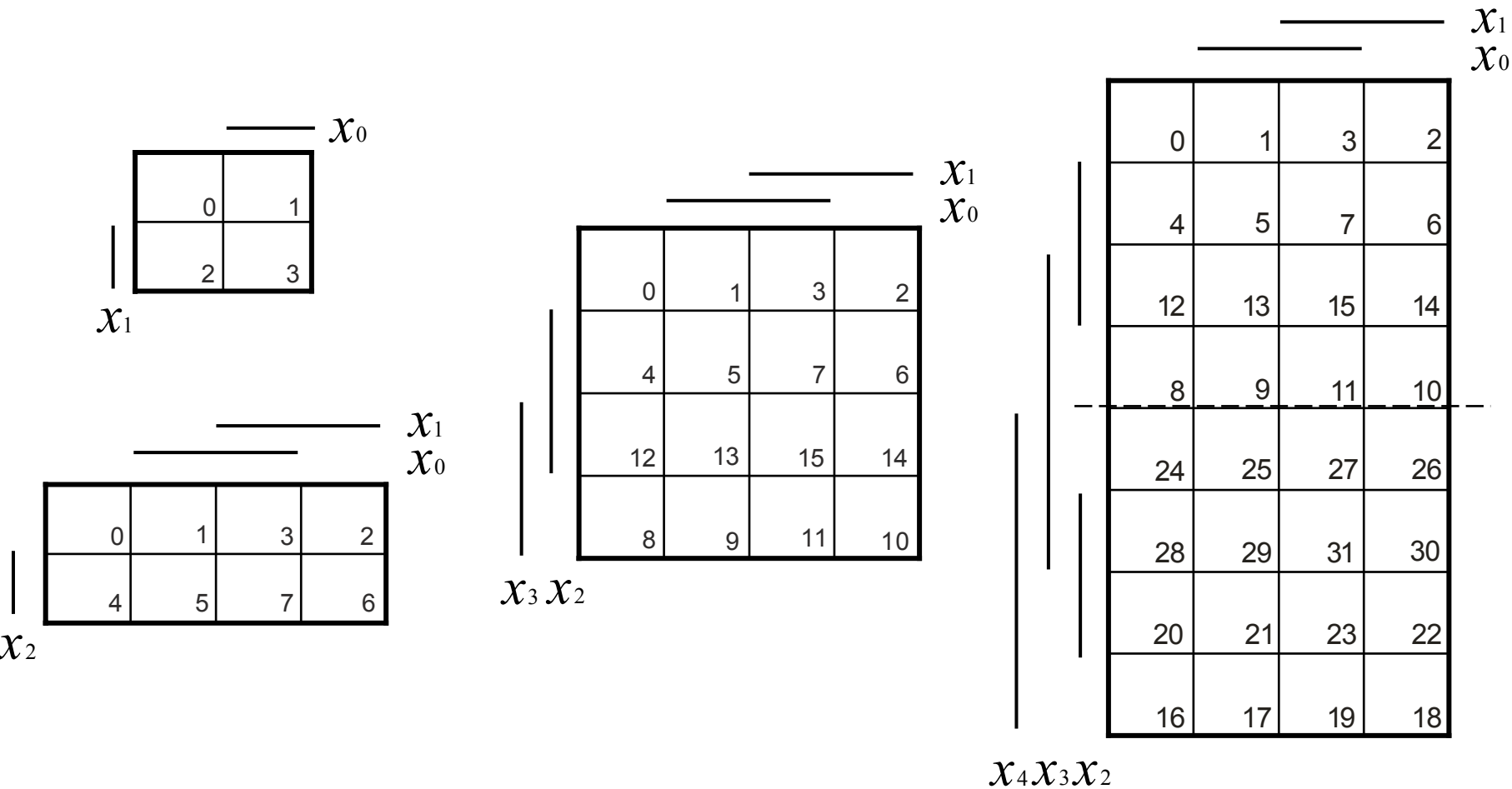
# K–mapa, postup minimalizace



$$f = \overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_2} \overline{x_0} + x_3 x_2 x_0 +$$

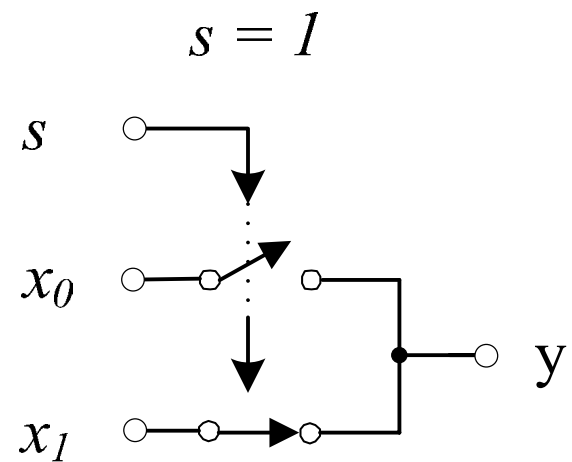
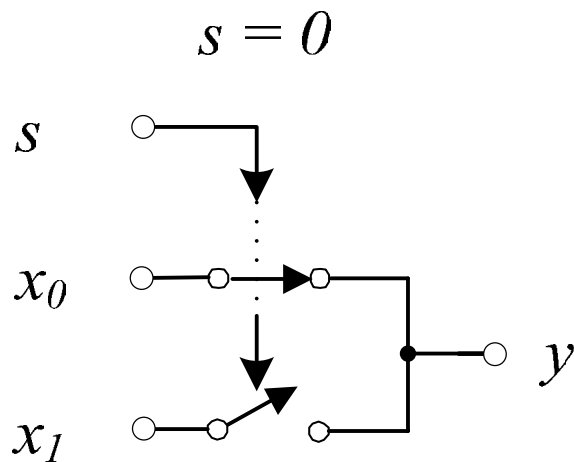
$$+ x_1 \overline{x_0} + x_4 x_2 x_0$$

# K – mapa – šablony



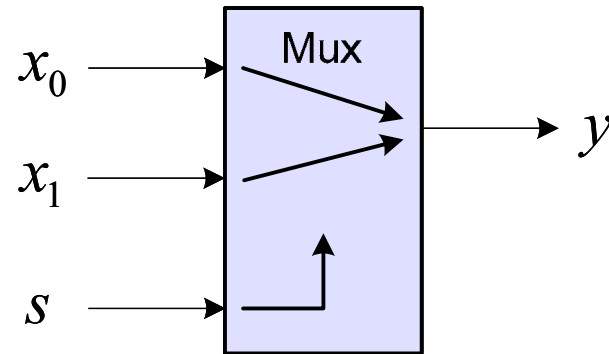
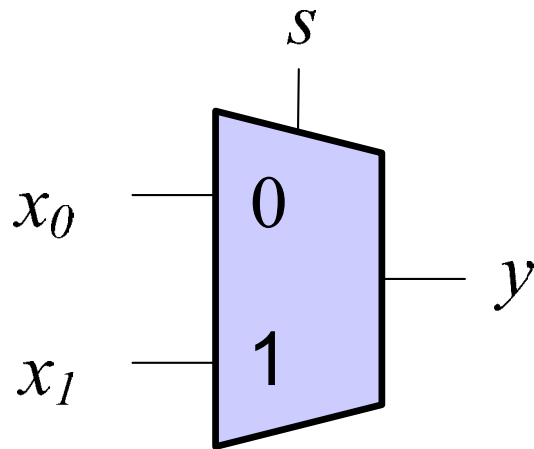
# Příklad – digitální přepínač (Multiplexer)

- Princip:
  - $x_0, x_1$  - digitální vstupy,  $s$  – řídicí vstup,  $y$  – digitální výstup



# Příklad – digitální přepínač (Multiplexer)


- Symbol multiplexeru



# Příklad – digitální přepínač (Multiplexer)

- Popis funkce pravdivostní tabulkou (Truth Table)

D	s	$x_1$	$x_0$	y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

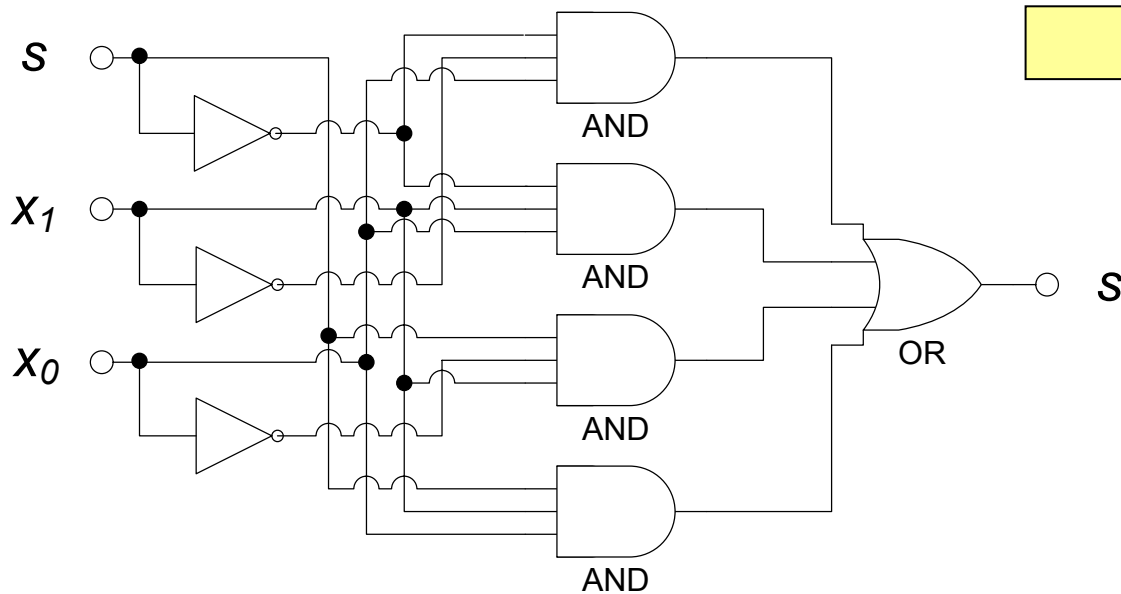

$$y = \sum m(1, 3, 6, 7) = \overline{s} \overline{x_1} x_0 + \overline{s} x_1 x_0 + s x_1 \overline{x_0} + s x_1 x_0$$

SoP – Sum of Products

# Příklad – digitální přepínač (Multiplexer)

- SoP bez úprav

$$y = \sum m(1, 3, 6, 7) = \overline{s} \overline{x_1} x_0 + \overline{s} x_1 x_0 + s x_1 \overline{x_0} + s x_1 x_0$$

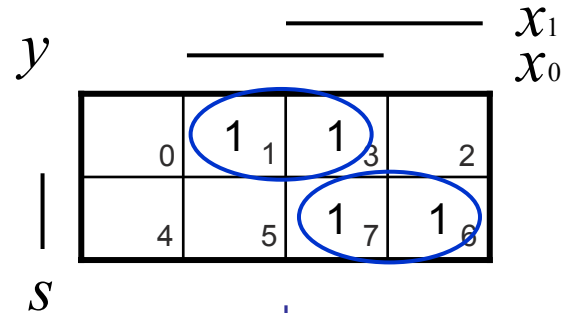


Realizace 1

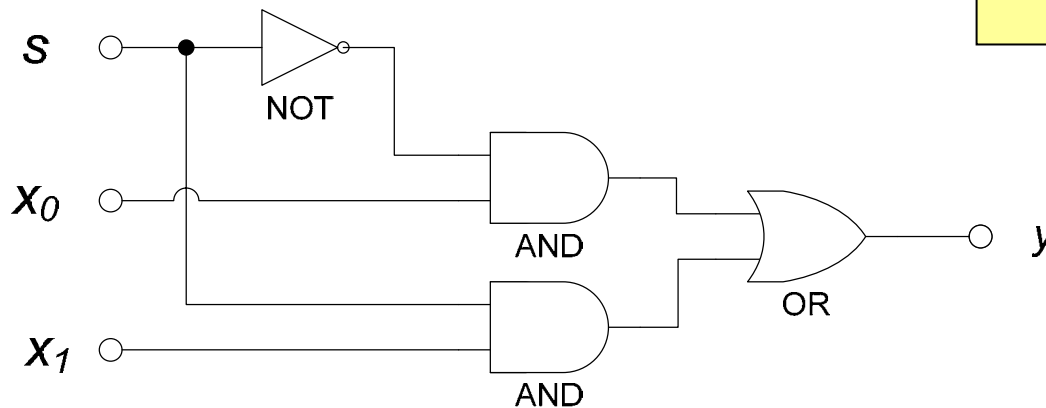
Neekonomické

# Příklad – digitální přepínač (Multiplexer)

- Minimalizace, K-mapa



$$y = s x_0 + s x_1$$



Realizace 2



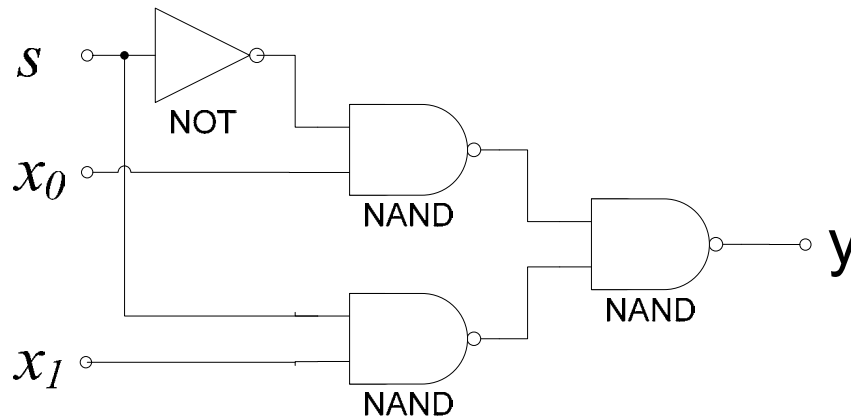
# Příklad – digitální přepínač (Multiplexer)

- Jen hradla NAND, NOT

$$y = \overline{s} x_0 + s x_1 = \overline{\overline{s} x_0 + s x_1} = \overline{\overline{s} x_0} \cdot \overline{s x_1}$$

Involuce      De Morgan

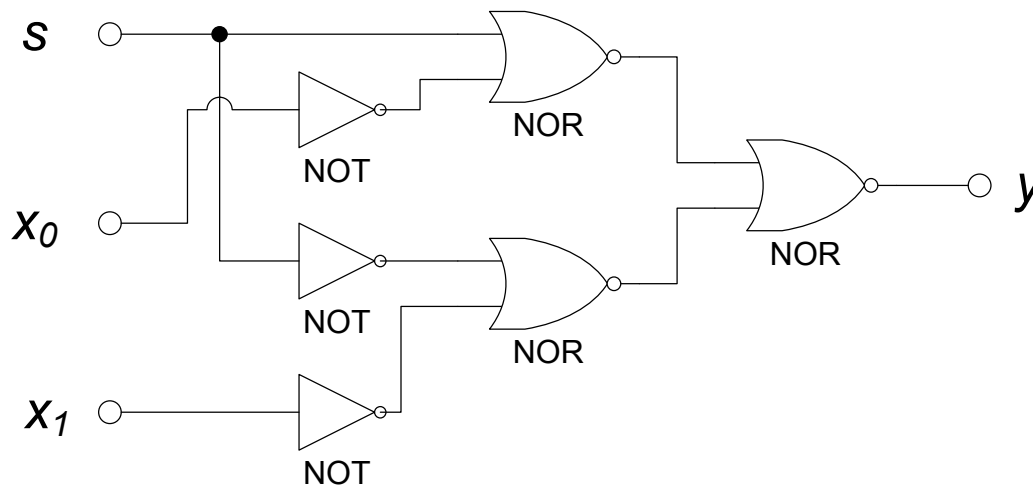
Realizace 3



# Příklad – digitální přepínač (Multiplexer)

- Jen hradla NOR, NOT

$$y = \overline{s} x_0 + s x_1 = \overline{\overline{s} x_0 + s x_1} = \overline{\overline{s} + \overline{x_0}} + \overline{s + \overline{x_1}} = \overline{s + x_0} + \overline{s + x_1}$$



Realizace 4

# Kombinační vs. sekvenční obvody

- Kombinační obvody
  - Výstup závisí pouze na aktuální kombinaci signálů na vstupu, „nezáleží“ na stavu vstupů v minulosti.
- Sekvenční obvody
  - Výstup závisí na posloupnosti (sekvenci) hodnot na vstupech, takové chování se realizuje tzv. zpětnou vazbou.
- Vše lze matematicky popsat
  - Logické funkce, budící funkce, funkce výstupů, stavové proměnné
  - Konečný automat – FSM (Finite State Machine), jiné značení FSA (Finite State Automaton)

# MIKROPROCESORY PRO VÝKONOVÉ SYSTÉMY

Logické obvody - kombinační  
Booleova algebra, formy popisu  
Příklady návrhu

KONEC



České vysoké učení technické Fakulta elektrotechnická